

חשבון אינפי מתקדם

תרגיל 1

פונקציות מ \mathbb{R}^n ל \mathbb{R}^m , חישוב גבולות.

1. שרטטו את תחום ההגדרה של פונקציות הבאות:

א. $f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$

ב. $f(x, y) = xe^{-\sqrt{y+2}}$

ג. $f(x, y, z) = \frac{xyz}{x + y + z}$

ד. $f(x, y, z) = z + \ln(1 - x^2 - y^2)$

2. חשבו את הגבולות הבאים או הוכיחו כי אינם קיימים:

ה. $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{4x + y - z}{2x - 5y + 2z}$

ו. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} e^{\frac{|x-y|}{x^2 - 2xy - y^2}}$

ז. $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz}{x^4 + y^4 + z^4}$

ח. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(y, \frac{(xy)^2}{(xy)^2 + (x-y)^2} \right)$

א. $\lim_{(x,y) \rightarrow (4,\pi)} x^2 \sin \frac{y}{x}$

ב. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x - 2y}{2x - 3y}$

ג. $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^2 + y^2 + z^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 9} - 3}$

ד. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$

3. חשבו את הגבולות החוזרים

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

ב. $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

האם הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ קיים?

4. חשבו את הגבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{|x| + |y|} \cos \frac{1}{y^2}$

האם הגבולות החוזרים

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{x^2}{|x| + |y|} \cos \frac{1}{y^2}$

ב. $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{|x| + |y|} \cos \frac{1}{y^2}$

קיימים?

תרגילים נוספים :

1. מצאו את תחומי ההגדרה הבאים:

$$f(x, y) = \arccos\left(\frac{x}{x+y}\right) \quad \text{א. ציירו את התחום המתקבל.}$$

$$f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2) \quad \text{ב.}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(9 - x^2 - y^2)}} \quad \text{ג. ציירו את התחום המתקבל.}$$

2. מצאו את הגבולות החוזרים:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi x}{3x + y} \right) \quad \text{א.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\lim_{y \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi x}{3x + y} \right) \quad \text{ב.}$$

3. חשבו את הגבולות הבאים (במידה והם קיימים):

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4} - 2} \quad \text{א.}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{ב.}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{ג.}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} e^{\frac{-|x-y|}{x^2 - 2xy + y^2}} \quad \text{ד.}$$

בהצלחה !