

תאריך הבחינה: 23/02/22

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: חדו"א 1

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2022, סמסטר: א', מועד: א'

משך הבחינה: 4 שעות _____

שעת הבחינה: 13:30 _____

כיתה: _____

חומר עזר: _____ מחשבון _____

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + x) \sin(2x)}{1 - \cos(x)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{1}{x-1}}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2 + 1}$

2. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - a}{x - 1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$

א. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 1$?

ב. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x = 1$? מהי $f'(1)$ במקרים אלה?

3. נביט בפונקציה $f(x) = x + 1 - \sqrt{x}$

א. מצאו את הערך המינימלי של $f(x)$.

ב. מצאו לכל $a \in \mathbb{R}$ כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = a$.

4. נתונה הסדרה הבאה ע"י כלל הנסיגה $a_{n+1} = a_n + 1 - \sqrt{a_n}$ וכן $0 < a_1 < 1$.

א. הוכיחו כי לכל n מתקיים $0 < a_n < 1$.

ב. חשבו את גבול הסדרה.

5. תהי f הגזירה פעמיים בכל הממשיים כך ש $f''(x) > 0$ לכל $x \in \mathbb{R}$

א. הוכיחו כי לכל $a \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x) \geq f(a) + f'(a)(x - a)$ לכל $x \in \mathbb{R}$.

ב. הוכיחו כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ או $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = \infty$.