תרגיל 2

<u>שאלה 1 (ממבחן תשע"ד)</u>

הוכיחו: $\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{1.25}+\frac{1}{1.5}+\frac{1}{1.75}\right)\le \ln 2\le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1.25}+\frac{1}{1.5}+\frac{1}{1.75}+\frac{1}{2}\right)$.

<u>שאלה 2</u>

חשבו בעזרת האינטגרל המסוים:

א. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)$

ב. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(e^{\frac{1}{n}}+e^{\frac{2}{n}}+\cdots+e^{\frac{n}{n}}\right)$

<u>שאלה 3</u>

הוכיחו בעזרת האיטגרל המסוים:

א. $\frac{1}{4}\le \lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+2)^2}+\cdots+\frac{1}{(2n)^2}\right)\le 1$

ב. $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\sqrt[n]{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1+\frac{n}{n}\right)}\le \ln 2$

<u>שאלה 4</u>

האם הפונקציה הבאה אינטגרבילית בקטע $[0,1]$? אם כן, מצאו את ערך האינטגרל.

$$f(x)=\begin{cases}1 & x=\frac{1}{n}, n\in\mathbb{N}\\ 0 & otherwise\end{cases}.$$

<u>שאלה 5</u>

תהי f פונקציה אינטגרבילית בקטע $[a,b]$ המקיימת $\int_a^b f(x)dx>1$.

הוכיחו שקיים $x_0\in[a,b]$ עבורו $f(x_0)>\frac{1}{b-a}$.

<u>שאלה 6</u>

מצאו את הפונקציה הקדומה של $f(x)=|x-1|$ בקטע $[0,2]$ המקבלת את הערך -1 ב $x=0$.