

מבוא לתורת החבורות תרגיל 5 תשע"ח.

1. כתבו את כל האיברים ב- A_4 . האם A_4 אבלית? האם היא ציקלית?

2. כתבו את כל הסדרים האפשריים ב- S_7 .

3. חשבו את הסימן של התמורות הבאות וקבעו אם הן זוגיות או אי-זוגיות:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 2n-1 & 2n \\ 2 & 3 & \dots & 2n & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

4. תהי $H \leq G$ ת"ח. נגדיר יחס $g \sim g'$ אם $g = g'h$ עם $h \in H$. הוכיחו כי זהו יחס שקילות. הראו שמחלקות השקילות הן המחלקות $[g] = gH$ וקבוצת המנה היא G/H .

5. הוכיחו כי $\langle (1, 1) \rangle \leq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ הוא תת-חבורה מאינדקס אינסופי.

6. יהיו $H, K \leq G$ תת-חבורות כך ש $(|H|, |K|) = 1$ הוכיחו כי $H \cap K = \{e\}$.

7. מצאו את שתי הספרות האחרונות של $2313^{199} + 8074$.

8. תארו את הקוסטים השמאליים עבור תת החבורות הבאות:

$$\langle 4 \rangle \leq \mathbb{Z}_{12} \quad (\text{א})$$

$$\langle (1, 2, 3) \rangle \leq S_3 \quad (\text{ב})$$

$$\langle a^5 \rangle \leq G, \text{ מסדר } 15, G = \langle a \rangle \quad (\text{ג})$$