

אינפי 1 - תרגיל בחירה 1 (הקבוצה של ניר)

מבוא, אינדוקציה ואי שיויונות

19 באוקטובר 2015

הנחיות כלליות

- הגשת התרגיל עד ה־ 27.10.15 בשעה 23:59 לתיבה שלי (כזכור תא 48), במייל או בתחילת התרגול.
- לשאלות, ייעוץ והכוונה ניתן לפנות בכתובת nir.schwartz1@biu.ac.il.

הנחיות לתרגיל

- התרגיל השבוע הוא טענה כללית שתשתמש אותנו לאורך תרגילי הבחירה, בתחרויות מתמטיות ואולי גם בקורסים נוספים.
- לטענה הוכחות רבות. אתם מתבקשים להראות שתיים בלבד.
- דרכים שדורשות הגדרת מושגים חדשים (כמו קמירות, נגזרת וכיוצ"ב) יקבלו 50% מערך הדרך (ז"א הציון בתרגיל זה יתחיל מ-75).
- ניתן להראות אחד מהכיוונים בכ"א מהדרכים ע"י היגד מנומק (ז"א משפט באורך של שורה לכל הפחות) כדי לקבל ניקוד מלא.

1 אינדוקציה, אי שיויונות

תזכורת

תהי קבוצת מספרים $\{x_1, \dots, x_n\}$ ומספרים טבעיים $k, m < n \in \mathbb{N}$, אזי הסכום (המכפלה) של k (של m) האיברים הראשונים היא

$$\sum_{i=1}^k x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_k \quad (1)$$

$$\prod_{j=1}^m x_j = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m \quad (2)$$

משפט (אי שיויון הממוצעים)

יהי $n \in \mathbb{N}$ וניקח קבוצה סופית של מספרים ממשיים חיוביים x_1, x_2, \dots, x_n . אי"ש הממוצעים פירושו:

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \leq \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \leq \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3)$$

הראו בדרך אחת לכל הפחות ששיויון יתקיים אם"מ $\forall i, j \leq n, x_i = x_j$

השאלה

יש דרכים רבות להוכיח את הטענה מעלה. אפשר אפילו להוכיח טענה זו בעזרת חוקי תרמודינמיקה! הוכיחו את הטענה בשתי דרכים שאתם אוהבים (רק בהתבסס על חומר ההרצאה והתרגול).

GOOD LUCK! 😊