פונקציות מרוכבות - תרגיל 3

1. הוכיחו שכל פונקציה מרוכבת מהצורה $f(z) \equiv f(x,y) = u(x+y) - iu(x-y)$, כאשר $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ היא פונקציה ממשית הגזירה ברציפות, היא פונקציה גזירה על ציר ה- x .

2. תנו דוגמא לפונקציה מרוכבת $f = u + iv$ שגזירה אך ורק בנקודות $(1,1),(1,-1),(-1,1),(-1,-1)$ (רמז: אפשר לבחור את u ו- v להיות מהצורה $u = f_1(x) + f_2(y)$ ו- $v = g_1(x) + g_2(y)$)

3. תהי $f = u + iv$ פונקציה מרוכבת וגזירה בכל $\mathbb{C}$ כך שהפונקציות u ו- v מקיימות את המשוואה $u^2 - v^2 = c$ עבור c קבוע כלשהו. הוכיחו ש- f פונקציה קבועה.

4. מצאו את הנקודות $z\in\mathbb{C}$ שבהן גזירה הפונקציה $f(z) = \bar{z}e^{-17z^2}$

5. נניח כי f היא פונקציה גזירה בעיגול $|z| < R$. הוכיחו שגם $\overline{f(\bar{z})}$ גזירה שם.