

מבחן לדוגמא בבדידה 2 למהנדסים, 83-118,

סמסטר ב, תשע"ח

מרצה: ד"ר קונסטנטין גולובב

מתרגל: אריאל ויצמן.

- כל השאלות הינן חובה.
- הקפידו על סדר וניקיון.
- משך הבוחן: שעתיים וחצי.
- חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
- אין צורך לחשב במדוייק דברים כמו  $\frac{2549!}{236!} \dots$

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

**בהצלחה!**

1. הוכיחו את זהות הקפטן:

$$n \cdot \binom{n-1}{k-1} = k \cdot \binom{n}{k}$$

(15 נקודות)

2. לפניכם  $n$  כדורים צבעוניים בצבעים שונים, ו- $n$  כדורים שקופים זהים. בכמה דרכים

ניתן לחלקם ל- $2n$  תאים כך ש:

א. בכל תא לכל היותר כדור אחד. (5 נקודות)

ב. בכל תא לכל היותר כדור שקוף אחד. (5 נקודות)

ג. בכל תא לכל היותר כדור צבעוני אחד. (5 נקודות)

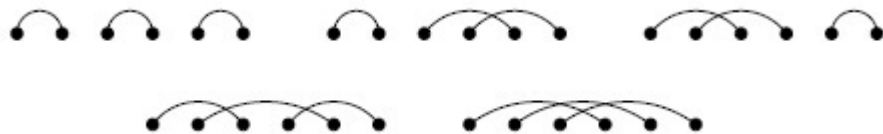
ד. בכל תא מספר זהה של שקופים וצבעוניים. (5 נקודות)

3. נתבונן ב- $2n$  נקודות על ישר. אנו רוצים לחבר זוגות ע"י קשת מעל הנקודות באופן

שאינן אף קשת ממש מעל קשת אחרת. כמה אפשרויות יש לעשות זאת? דוגמא עבור

$n = 3$ : (20 נקודות)

איור 1:



4. הבינום של ניוטון.

א. נסחו את המשפט. (5 נקודות)

ב. הוכיחו אותו. (20 נקודות)

5. א. הגדירו: מטריצת שכנויות של גרף. (5 נקודות)
- ב. הגדירו: מספר צביעה של גרף. (5 נקודות)
- ג. מהו הערך העצמי הגדול ביותר של  $A_G$  עבור  $G$  גרף  $d$ -רגולרי, ומהו הוקטור העצמי המתאים? נמקו היטב. (5 נקודות)
- ד. הוכיחו: אם יש ב- $G$  קודקוד מבודד (ללא שכנים) אז 0 ערך עצמי של  $A_G$ . (5 נקודות)
6. יהי  $T_n$  עץ עם  $n \geq 2$  קודקודים. הוכיחו שקיימים בו לפחות שני עלים. (10 נקודות)