

תרגיל 4 מופשטת 3

בכל התרגיל אתם מתבקשים לנמק את צעדיכם ככל האפשר.

1. מצאו את שדה הפיצול של הפולינומים הבאים וחשבו את המימד שלהם (מעל \mathbb{Q}).

(א) $x^7 - 5$

(ב) $x^6 - x^3 - 2$

(ג) $(x^2 + 1)(x^3 - 1)$

2. כמה תתי שדות של \mathbb{C} איזומורפיים ל $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{5})$? מצאו אותם.

3. תהי $F \subseteq K$ הרחבת שדות ויהיו f, g שני פולינומים מעל F עם שדות פיצול L_1, L_2 . הוכיחו כי התת שדה של K הכי קטן שמכיל את L_1 ו L_2 הוא גם שדה פיצול מעל F (של פולינום כלשהוא).

4. תהי $F \subseteq L \subseteq F(a)$ ונניח ש $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} \dots + a_n$ הוא הפולינום המינימלי של a מעל L . הוכיחו כי

$$L = F(a_1, \dots, a_n)$$