

## בוחן בדידה למדמח, קיץ תשעז

ט"ו אלול 6/9/2017

מרצה: אחיה בר-און

מתרגל: אריאל ויצמן.

- ענו על כל השאלות.
  - הקפידו על סדר וניקיון.
  - משך הבוחן: שעה וחצי.
  - ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
  - השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי - מומלץ להתחיל עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.
  - מבנה הבוחן וניקוד: בבוחן 3 שאלות  $\times$  36 נקודות לכל שאלה = 108 נקודות בסה"כ.
- המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

### בהצלחה!

1. לכל  $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  נגדיר את הקבוצה  $A_n = \{k \in \mathbb{N} | 2 \leq k \leq 3n - 2\}$ , ונגדיר  $B_n = A_{n+1} \setminus A_n$ .  
 א. חשבו את  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$ . הוכיחו את תשובתכם (כלומר, הוכיחו את השיויון בין האיחוד הנתון לבין תשובתכם). (18 נקודות)  
 ב. נסמן  $D_n = \mathbb{N} \setminus B_n$ . חשבו את  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} D_n$ . הוכיחו את תשובתכם (כלומר, הוכיחו את השיויון בין החיתוך הנתון לבין תשובתכם). (18 נקודות)

2. פרדיקט  $P$  מעל השלמים ייקרא "חביב" אם לכל  $a \in \mathbb{Z}$  קיים  $b \in \mathbb{Z}$  כך שהפסוק

$$P(a) \oplus P(b)$$

בעל ערך  $TRUE$ .

- א. רשמו 2 פרדיקטים חביבים שונים. (18 נקודות)

- ב. יהיו  $P, Q$  פרדיקטים שאינם חביבים. הוכיחו:

$$\exists a \in \mathbb{Z} : P(a) \equiv Q(a) \iff \forall a \in \mathbb{Z} : P(a) \equiv Q(a)$$

(18 נקודות)

3. על  $P(\mathbb{N}) \times P(\mathbb{N})$  נגדיר יחס  $R$  באופן הבא: לכל  $(A, B), (C, D) \in P(\mathbb{N}) \times P(\mathbb{N})$

$$(A, B)R(C, D) \iff A \Delta B = C \Delta D$$

- א. הוכיחו ש- $R$  יחס שקילות. (12 נקודות)

- ב. נתבונן במחלקת השקילות  $[(\mathbb{N}, \phi)]_R$ . הוכיחו או הפריכו:

1.  $(A, B) \in [(\mathbb{N}, \phi)]_R \Rightarrow A \cup B = \mathbb{N}$ . (6 נקודות)

2.  $(A, B) \in [(\mathbb{N}, \phi)]_R \Leftarrow A \cup B = \mathbb{N}$ . (6 נקודות)

3.  $(A, B) \in [(\mathbb{N}, \phi)]_R \Rightarrow A \cap B = \phi$ . (6 נקודות)

4.  $(A, B) \in [(\mathbb{N}, \phi)]_R \Leftarrow A \cap B = \phi$ . (6 נקודות)