עקרון "הקבוצות הטובות"

25 בינואר 2019

בדוגמא הבא נדגים טכניקה להוכחה של שוויון שתי σ־אגלברות נוצרות.

דוגמא: יהי $S \subseteq \Omega$ ויהי $A \subseteq \Omega$. נסמן

$$S \cap A = \{B \cap A | B \in S\}.$$

נסמן על ידי F את σ אלגברה הנוצרת על ידי S ב Ω . הראו ש

$$\sigma_A (S \cap A) = F \cap A$$

כאשר $\sigma_A (S \cap A)$ היא הσ־אלגברה הנוצרת על ידי $S \cap A$ ב A.
נשים לב ש $S \subseteq F$ ולכן $S \cap A \subseteq F \cap A$. כמו כן $F \cap A$ היא σ אגלברה של קבוצות ב A ־ קל לבדוק על ידי בדיקה של תכונות. ולכן $\sigma_A (S \cap A) \subseteq F \cap A$.
נראה את ההכלה בכיוון השני. יהי G אוסף כל הקבוצות "הטובות" ב F, דהיינו

$$G = \{B \in F | B \cap A \in \sigma_A(S \cap A)\}.$$

מכיוון ש F ו $\sigma_A (F \cap A)$ היא σ־אלגברה ־ קל לראות שגם G היא σ־אלגברה. אבל $\sigma (S) = F \supseteq G$ ולכן $G = S$.