

שיעורי בית 3

1. מצאו צורת זורדן למטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ -8 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

2. תהא $A = J_5(0)$. מצאו צורת זורדן של A^2, A^3 .

3. יהיו $S, T : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ שתי ה"ל כך שמתקיים $\deg m_T, \deg m_S \leq 2$. הוכיחו כי קיים להם ו"ע משותף (כלומר קיים $v \neq 0$ כך ש v ו"ע גם של T וגם של S). הדרכה: הוכיחו כי קיים מ"ע מימד 2 לפחות.

4. בתרגיל זה נמצא שורש של מטריצה מרוכבת הפיכה.

(א) נסמן: $A = J_k(\lambda_0) = \begin{pmatrix} \lambda_0 & 1 & & & \\ & \lambda_0 & 1 & & \\ & & \lambda_0 & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & \lambda_0 \end{pmatrix}$ כאשר $\lambda_0 \neq 0$. נגדיר

$$B = J_k(\sqrt{\lambda_0}) = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_0} & 1 & & & \\ & \sqrt{\lambda_0} & 1 & & \\ & & \sqrt{\lambda_0} & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ & & & & \sqrt{\lambda_0} \end{pmatrix}$$

מצאו בעזרת B מטריצה Q המקיימת $Q^2 = A$.

(ב) נסמן:

$$A = \begin{pmatrix} J_{k_1}(\lambda_1) & & & \\ & J_{k_2}(\lambda_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_{k_l}(\lambda_l) \end{pmatrix}$$

כאשר $\lambda_i \neq 0$, מצאו Q המקיימת $Q^2 = A$.

(ג) תהי $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ הפיכה. מצאו Q המקיימת $Q^2 = A$.

(ד) הוכיחו כי קיימת מטריצה מרוכבת A שאין לה שורש.