

בוחר דמה בדידה קיץ תשעא

1. תהיינה  $A, B$  קבוצות, ותהי  $U$  קבוצה אוניברסאלית. הוכח/הפרך:
  - a. אם  $A \cap B = \emptyset$  אז  $P(A) \cap P(B) = \emptyset$ .
  - b. אם  $C \supseteq D$  ו  $C \supseteq D$  קבוצות כך ש  $A \cap C \subseteq B \cap D$  אז  $C \subseteq D$ .
  - c.  $(A \Delta B)^C = U$  אם  $A \cap B \cap (A \Delta B)^C = A \cap B$ .
2. תהיינה  $A, B$  קבוצות. נגדיר  $f: P(B) \rightarrow P(P(A))$  על ידי
 
$$f(X) = \{Y \subseteq A : X \cap Y \neq \emptyset\}$$
 הוכח/הפרך:  $f$  אינה חח"ע ועל.
3. תהי  $U = \{1, 2, 3\}$ . ציין עבור כל אחד מהיחסים הבאים על  $P(U)$  אם הוא יחס שקילות או לא. אם כן, רשום את קבוצת המנה (אוסף מחלקות השקילות). הוכח.
  - a.  $A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow (A, B) \in R$
  - b.  $A \cup B \neq \emptyset \Leftrightarrow (A, B) \in R$
  - c.  $A \Delta B = \emptyset \Leftrightarrow (A, B) \in R$
  - d.  $A \cup B \supseteq \{1\} \Leftrightarrow (A, B) \in R$
  - e.  $(A \subseteq B) \wedge (A^C \subseteq B^C) \Leftrightarrow (A, B) \in R$
4. תהי  $U$  קבוצה, ותהיינה  $S, T \subseteq U$ , נגדיר פונקציה  $g: P(U) \rightarrow P(U)$  ע"י
 
$$g(A) = T \cap (S \cup A)$$
 הוכיחו  $g = g^2$ . הוכח או הפרך:
  - a.  $(g^2 = g \circ g)$ .
  - b.  $g$  חח"ע (לכל בחירה של  $S, T \subseteq U$ ).
  - c.  $g$  על (לכל בחירה של  $S, T \subseteq U$ ).