

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{e^n} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow (-\infty)} \sqrt{x^2 + 2x + 1} + x \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) \cos(3x) \sin(4x)}{1 - \cos(5x)} \quad \text{א.}$$

$$2. \quad \text{נביט בפונקציה} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x \geq 0 \\ bx + c & x < 0 \end{cases}$$

א. לאילו ערכי a, b, c הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 0$?

ב. לאילו ערכי a, b, c הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x = 0$? מהי $f'(0)$ במקרים אלה?

$$3. \quad \text{תהי סדרה הנתונה ע"י כלל הנסיגה} \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{n} + a_n^2$$

א. הוכיחו כי לכל n מתקיים כי $a_n \geq 1$.

ב. חשבו את גבול הסדרה.

$$4. \quad \text{מצאו לכל ערך של} \quad a \in \mathbb{R} \quad \text{כמה פתרונות יש למשוואה} \quad x^2 - 2 \ln(x) = a \quad \text{(חלקו למקרים).}$$

5. תהי פונקציה f הגזירה בכל הממשיים.

א. הוכיחו שאם $f' = -f$ אזי הפונקציה $f(x) \cdot e^x$ קבועה.

ב. הוכיחו/הפריכו: $f(f(x))$ פונקציה עולה.