תרגיל 5

16 בנובמבר 2015

1. עבור קבוצות A,B,C,D הוכח או הפריך את הטענות הבאות:
א. $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$
ב. $A\times(B\backslash C)=(A\times B)\setminus(A\times C)$.
ג. $(A\cap B)\times(C\cap D)\supsetneq(A\times C)\cap(B\times D)$ (הסימון מכיל ולא שווה)
ד. $(A\cap B)\times(C\cap D)\subsetneq(A\times C)\cap(B\times D)$

2. תהי X קבוצת בנייני האוניברסיטה, ונגדיר יחס "סמיכות" $R\subseteq X\times X$ ע"י:
$(a,b)\in R$ אם ורק אם המרחק בין הבניין a והבניין b קטן או שווה למאה מטרים.
האם R הוא בהכרח מקיים את התכונות הבאות? (כלומר, אל תלכו לבדוק מרחקים)
א. רפלקסיבי
ב. אנטי רפלקסיבי
ג. סימטרי
ד. אנטי סימטרי
ה. טרנזיטיבי

3. תהי $\mathbb{N}$ קבוצת המספרים הטבעיים. קבעו לגבי כל יחס מעל $\mathbb{N}$ (תת קבוצה של $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$)
האם הוא רפלקסיבי, אנטי רפלקסיבי, סימטרי, אנטי סימטרי וטרנזיטיבי.
א. $R_1=\{(a,b)\mid a,b\in\mathbb{N}\wedge a<b\}$
ב. $R_2=\{(a,b)\mid a,b\in\mathbb{N}\wedge a\leq b\}$
ג. $R_3=\{(a,b)\mid a,b\in\mathbb{N}\wedge a=b\}$

4. תהי A קבוצה, ו־ $A_1,A_2,...,A_n$ אוסף של תתי קבוצות שלה (כלומר, $\forall 1\leq i\leq n:$
$A_i\subseteq A$). נגדיר על A יחס $R\subseteq A\times A$ ע"י:

$$R=\{(x,y)\in A\times A|\exists i\ such\ that\ x\in A_i\wedge y\in A_i\}$$

(הסבר במילים, הזוג הסדור (x,y) נמצא ביחס R אם ורק אם קיימת קבוצה A_i מבין הקבוצות שהגדרנו כך ש־ $x \in A_i$ גם $y \in A_i$)

הוכח או הפרך:

א. $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A \Leftarrow$ R רפלקסיבי.

ב. R רפלקסיבי $\Leftarrow \bigcup_{i=1}^{n} A_i = A$.

ג. לכל $i \neq j$ מתקיים $A_i \cap A_j = \phi \Leftarrow R$ טרנזיטיבי.

ד. R טרנזיטיבי $\Leftarrow$ לכל $i \neq j$ מתקיים $A_i \cap A_j = \phi$.