

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

תרגיל מספר 3:

להגשה בתוך שבועיים בתרגול.

שאלה 1:

סעיף 1

יהיו A ו- B מאורעות בלתי תלויים. הוכיחו או הפריכו:

A^C (המשלים למאורע A) ו- B הם מאורעות בלתי תלויים.

A^C ו- B^C הם מאורעות בלתי תלויים.

סעיף 2

בהטלת קוביות הוגנות נגדיר את המאורעות הבאים:

A : בקובייה האדומה התקבל 1 או 2, B : בקובייה הכחולה התקבל 3 או 4 או 5, C : סכום התוצאות בשתי הקוביות הוא 4 או 11 או 12. האם המאורעות A , B ו- C תלויים או בלתי תלויים?

שאלה 2:

בבנין בן 5 קומות יש מעלית. 3 סטודנטים נכנסים יחד למעלית בקומת הכניסה ובחרים אקראית לאן הם עולים. רשמו את טבלת ההסתברות עבור הקומה הגבוהה ביותר שבה תעצור (דהיינו מהי ההסתברות שהקומה הגבוהה ביותר היא 1, דהיינו מהי ההסתברות שהקומה הגבוהה ביותר היא 2 וכך הלאה).

שאלה 3:

- א. יוסי שם n סוגים שונים של גבינות בשורה בצורה אקראית כך שבין כל שתי גבינות יש רווח. לאחר מכן הוא מניח מלפפון חמוץ באחד מ- $n-1$ הרווחים בין הגבינות בצורה אקראית. מה הסיכוי שגבינת העיזים והצפתית (2 מ- n סוגי הגבינות) יהיו בצדדים שונים של המלפפון החמוץ? השתמשו בנוסחאת ההסתברות השלמה.
- ב. בהתייחס לסעיף (א), מה יקרה אם נשאיף את n לאינסוף?

שאלה 4:

סטודנט עונה על שאלה במבחן אמריקאי שלה יש m אפשרויות נתונות לתשובה באופן הבא: בהסתברות p התלמיד למד את נושא השאלה ולכן יודע לבחור תשובה נכונה, אחרת הוא מנחש את התשובה.

- א. מהי ההסתברות שהסטודנט למד את נושא השאלה בהינתן שהוא ענה נכונה על השאלה?
- ב. נתחו את התוצאה עבור $m = 1$ ועבור $m \rightarrow \infty$.

שאלה 5:

ספק החולצות "ברארה" מקבל תוצרת מ-2 מפעלי טקסטיל. מפעל A מספר 40 אחוזים מהסחורה והיתר מסופק ע"י מפעל B. על סמך ניסיון העבר, ידוע שחמישית מהחולצות של מפעל A פגומות. במפעל B עובדים ב-2 משמרות מסביב לשעון. במשמרת היום, בה מיוצרות 70 אחוז מהחולצות, עשירית מהחולצות יוצאות פגומות, ואילו במשמרת הלילה 30 אחוז מהחולצות יוצאות פגומות.

- מהי ההסתברות לחולצה פגומה אצל "ברארה"?
- מהי ההסתברות שחולצה שנמצאה פגומה ב "ברארה" יוצרה במפעל A?
- מהי ההסתברות שחולצה שנמצאה פגומה ב "ברארה" יוצרה במפעל B במשמרת היום?
- מהי ההסתברות שחולצה שנמצאה פגומה ב "ברארה" יוצרה במפעל B במשמרת הלילה?

שאלה 6:

מ"מ X מקבל את הערכים 0-4 בהסתברות:

$$P(X=i) = \frac{k-i}{3k}, \quad i=0,1,2,3,4$$

מצאו את הערך של k.

שאלה 7:

א. משתנה מקרי X מקבל את הערכים 0,2,4,6,8 בהסתברויות

i	0	2	4	6	8
P(X=i)	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

מצאו את התפלגותם, את תוחלתם ואת שונותם של המשתנים

$$Z = (X-2)^2 - 1 \quad W = \frac{X+2}{X-2} \quad Y = \frac{X-2}{X+2}$$

אם הגעתם למסקנה שאחד המשתנים לעיל אינו משתנה מיקרי, נמקו מדוע.

- חשבו את התוחלת של המשתנה X בעל ההתפלגות $P(X=x) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}$ כאשר $x = 1,2,3,\dots$

שאלה 8:

בכד יש ארבעה כדורים שחורים, שלושה כדורים לבנים ושני כדורים אדומים. מוציאים מתוך הכד במדגם של ארבעה כדורים באופן מקרי וללא החזרה. נגדיר: X- מספר הצבעים השונים המופיעים במדגם.

- מצאו התפלגות X, התוחלת והשונות שלו.
- נגדיר Y – מספר הכדורים האדומים במדגם. מהי התוחלת של Y?
- האם המשתנים X ו-Y תלויים? הוכיחו טענתכם.

