

## תרגילים ממבחנים של אחרים

מדעי המח תשפג מועד א

1. מצאו פתרון למד"ר  $y' = \frac{2x}{y+x^2}y$  המקיים  $y(0) = -2$ .

2. מצאו פתרון למד"ר  $(x + y^2) dx - 2xydy = 0$  המקיים  $y(1) = 1$ .

3. מצאו פתרון למד"ר  $y'' - 3y' + 2y = e^x$  המקיים  $y(0) = 2, y'(0) = 2$ .

4. כדור בעל מסה  $m = 1\text{kg}$  נעזב במהירות התחלתית אפס. מה תהיה מהירות הכדור לאחר 2 שניות כאשר: (בשתי הסעיפים לצורך הפשטות ניתן להניח כי קבוע תאוצת כדור הארץ הוא  $g = 10$ ).

(א) הכח היחיד הפועל על הכדור הוא כח המשיכה  $mg$ .

(ב) הכוחות הפועלים על הכדור הם כוח המשיכה  $mg$  וכוח התנגדות האוויר שגודלו שווה לגודל המהירות  $v$ .

מדעי המח תשפג מועד ב

5. מצאו פתרון למד"ר  $(xy' - 1) \ln(x) = 2y$  המקיים  $y(e) = 0$ .

6. מצאו פתרון למד"ר  $(1 + y^2 \sin(2x)) dx - 2y \cos^2(x) dy = 0$  המקיים  $y(0) = -2$ .

7. מצאו פתרון למד"ר  $y'' - 2y' + y = xe^{2x}$  המקיים  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ .

8. כדור בעל מסה  $m = 1\text{kg}$  נבעט לכיוון מעלה במהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה. מה יהיה גובה הכדור ברגע שהמהירות הרגעית שלו תתאפס כאשר: (בשני הסעיפים לצורך הפשטות ניתן להניח כי קבוע תאוצת כדור הארץ הוא  $g = 10$ ).

(א) הכח היחיד הפועל על הכדור הוא כח המשיכה  $mg$ .

(ב) הכוחות הפועלים על הכדור הם כוח המשיכה  $mg$  וכוח התנגדות האוויר שגודלו שווה לגודל המהירות  $v$ .

הנדסה תשפג מועד ב

9. מצאו פתרון למד"ר  $(e^x + 1) y' + 1 = -ye^x$  המקיים  $y(0) = 0$ .

10. מצאו שני פתרונות למד"ר  $(x + xy) y' = \frac{1}{2}$  המקיימים  $y(\frac{1}{e}) = -1$ .

11. מצאו פתרון למד"ר  $y'' - 2y' + y = 2e^x$  המקיים  $y(0) = 2, y'(0) = 5$ .

12. כדור בעל מסה  $m = 2$  נזרק כלפי מעלה במהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה. הניחו כי קבוע הכבידה של כדור הארץ הוא  $g = 10$  מטר לשנייה בריבוע.

(א) בהנחה שכוח המשיכה הוא הכוח היחיד הפועל על הכדור, חשבו את הזמן בו הכדור יגיע לשיא הגובה.

(ב) בהנחה שבנוסף לכוח המשיכה, כוח התנגדות האוויר שווה בגודלו לחצי מגודל המהירות, מה תהיה מהירות הכדור ומה יהיה כיוונה לאחר שנייה אחת?

הנדסה תשפג בוחן

13. מצאו פתרון למד"ר  $y' = x(y^3 - y)$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

14. מצאו פתרון למד"ר  $(1 - \frac{y}{x})y' = 1 - \frac{y}{x} - \frac{e^x}{2x}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = 0$ .

15. כדורגל בעל מסה של  $m = 1\text{kg}$  נבעט כלפי מעלה מהרצפה במהירות התחלתית של  $20\text{ m/sec}$ . הניחו כי כוח המשיכה הוא קבוע ושווה ל  $mg$ , כאשר  $g$  קבוע תאוצת הכובד של כדור הארץ. הניחו כי  $g = 10$ . מצאו את גובה הכדור לאחר 2 שניות, במקרים הבאים:

(א) בהנחה שאין כוחות נוספים פרט לכוח המשיכה.

(ב) בהנחה שכוח התנגדות האוויר בכל רגע שווה בגודלו לגודל המהירות של הכדור.

מתמטיקה תשפג מועד ב

16. מצאו פתרון למד"ר  $x^2y' + xy + 1 = 0$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = 0$ .

17. מצאו פתרון למד"ר  $(1 - \frac{y}{x})y' = 1 - \frac{y}{x} - \frac{e^x}{2x}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = 0$ .

18. מצאו פתרון למד"ר  $y'' - 2y' + y = xe^x$  המקיים  $y(0) = 0, y'(0) = 1$ .

19. כדורגל בעל מסה של  $m = 2\text{kg}$  נזרק כלפי מעלה מגובה של  $y_0 = 10\text{m}$  ומגיע לקרקע לאחר 2 שניות. כמו כן נתון כוח התנגדות האוויר שווה בגודלו לחצי מגודל מהירות הכדור. לצורך הפשטות הניחו כי קבוע תאוצת הכובד של כדור הארץ הוא  $g = 10$ .

(א) מצאו את המהירות בה נזרק הכדור.

(ב) מצאו את תאוצת הכדור ברגע הפגיעה בקרקע.

מתמטיקה תשפג מועד א

20. מצאו פתרון למד"ר  $2xyy' = y^2 - 1$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = 2$ .

21. מסה של  $m = 2\text{kg}$  מחוברת לקפיץ בעל קבוע קפיץ  $k$  על משטח חסר חיכוך. כמו כן נתון כי ברגע  $t = 0$  המסה הייתה ממוקמת כך שהקפיץ היה רפוי, אך מהירותה של המסה לא הייתה אפס. לבסוף, נתון כי הרגע הבא בו המסה חזרה למיקום בו הקפיץ רפוי הוא  $t = \frac{\pi}{2}$ .

(א) מצאו את קבוע הקפיץ  $k$ .

(ב) מצאו את גודל מהירות המסה ברגע  $t = 0$ , אם ברגע  $t = \frac{\pi}{4}$  המסה הייתה במרחק מטר אחד מנקודת הרפיון.

מתמטיקה תשפג בוחן

22. מצאו פתרון למד"ר  $y' = \frac{y^2 + e^x}{-2xy}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = -1$ .

23. כדורגל בעל מסה של  $m = 1\text{kg}$  נבעט כלפי מעלה במהירות התחלתית של  $v_0$ . הניחו כי כוח המשיכה הוא קבוע ושווה ל  $mg$ , כאשר  $g$  קבוע תאוצת הכובד של כדור הארץ. מצאו את  $v_0$  אם נתון שהכדור הגיע חזרה לנקודה ממנה הוא נבעט לאחר שתי שניות, במקרים הבאים:

(א) בהנחה שאין כוחות נוספים פרט לכוח המשיכה.

(ב) בהנחה שכוח התנגדות האוויר שווה בגודלו לגודל המהירות של הכדור

מתמטיקה תשפב מועד ב

24. מצאו פתרון למד"ר  $y' = 2x + 2xy^2$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 0$ .

25. מצאו פתרון למד"ר  $x^2 e^{xy} y' = x \sin(2x) - xy e^{xy}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(\pi) = 0$ .

26. מצאו פתרון למד"ר  $(1-x)y'' + xy' - y = 0$  המקיים  $y(0) = 1, y'(0) = 2$ .

27. חפץ בעל מסה של  $m = 1\text{kg}$  מחובר לקפיץ עם קבוע קפיץ  $k = 1$  על משטח ללא חיכוך, אורך הקפיץ במצב רפוי הוא מטר אחד.

(א) נניח שבזמן  $t = 0$  ממקמים את החפץ כך שהקפיץ יהיה באורך מטר וחצי, ומשחררים את החפץ במצב מנוחה. מה יהיה אורך הקפיץ בזמן  $t = 0$ ?

(ב) נניח שבזמן  $t = 0$  אורך הקפיץ הוא בדיוק מטר אחד, ובזמן  $t = \frac{\pi}{2}$  אורך הקפיץ הוא מטר וחצי. מה הייתה מהירות החפץ בזמן  $t = 0$  וביאזה כיוון היא הייתה? (הכיוון בו הקפיץ נמתח, או הכיוון בו הקפיץ מתכווץ).

מתמטיקה תשפב מועד א

28. מצאו פתרון למד"ר  $(x-1)y' = y$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 1$ .

29. מצאו פתרון למד"ר  $\frac{y}{x} y' = -1$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

30. חפץ בעל מסה של  $m = 1\text{kg}$  נעזב במהירות אפס ונופל לעבר הרצפה. נניח כי קבוע הכבידה הוא  $g = 9.8\text{m/s}^2$ .

(א) נניח שאין התנגדות אוויר, והכוח היחיד שפועל על החפץ הוא כוח המשיכה  $mg$ . מאיזה גובה עלינו להפיל את החפץ כך שיפגע ברצפה לאחר 3 שניות?

(ב) נניח שהתנגדות האוויר היא  $bv$  כאשר  $b = 0.05$  ו  $v$  היא מהירות הנפילה במטר לשנייה. מאיזה גובה עלינו להפיל את החפץ כך שיפגע ברצפה לאחר 3 שניות?

מתמטיקה תשפא מועד ב

31. מצאו פתרון למד"ר  $3y' = y$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 1$ .

32. מצאו פתרון למד"ר  $\frac{2yy'}{1+x} = \frac{y^2}{(1+x)^2}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = -1$ .

33. מצאו פתרון למד"ר  $y'' - 4y' + 4y = (e^x - 1)(e^x + 1)$  המקיים  $y(0) = y'(0) = 0$ .

34. מצאו פתרון למד"ר  $xy' - (x-1)y'' = y$  המקיים  $y(0) = 1$  וכן  $y'(0) = 1$ .

35. מצאו פתרון למד"ר  $xy' - (x-1)y'' = y$  המקיים  $y(3) = 3$  וכן  $y'(0) = 1$ .

מתמטיקה תשפא מועד א

36. מצאו פתרון למד"ר  $y' + y = x$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 0$ .

37. מצאו פתרון למד"ר  $xy' = x^2e^{-y} + \frac{x+1}{e^y}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = 0$ .

38. מצאו פתרון למד"ר  $xy' - (x-1)y'' = y$  המקיים  $y(0) = 1$  וכן  $y'(0) = 0$ .

מתמטיקה תשעט מועד ב

39. מצאו פתרון למד"ר  $y' = 2x - 2xy$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 2$ .

40. מצאו פתרון למד"ר  $y'' + 2y' + y = \frac{1}{e^x}$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 1, y'(0) = 0$ .

41. מצאו פתרון למד"ר  $xy'' - (1+x)y' + 2y = 0$  המקיים  $y(0) = 0$  וכן  $y(1) = 1$ .

42. מצאו פתרון למד"ר  $y'' - (1+x)y' + xy = 0$  המקיים  $y(0) = 1, y'(0) = 1$ .

הנדסה מד"ר תשעח מועד ב

43. מצאו פתרון למד"ר  $y' = y + \frac{1}{x}(1-y)$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(1) = 2$ .

44. מצאו פתרון למד"ר  $\frac{x^2+e^x}{2x+e^x}y' = -y$  המקיים את תנאי ההתחלה  $y(0) = 1$ .

45. מצאו פתרון למד"ר  $y'' = 2x(y')^2$  המקיים  $y(0) = 0, y'(0) = -1$ .

46. מצאו פתרון למד"ר  $y'' = y + e^x$  המקיים  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ .

47. ידוע כי קיים פתרון למד"ר  $x^2y'' = (x^2 - 2x + 2)y + x - 2$  מהצורה  $y = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ . עבור פתרון זה:

(א) מצאו את  $y(0), y'(0)$ .

(ב) נתון בנוסף כי  $y''(0) = \frac{1}{3}$ :

(ג) מצאו את  $y$ .

(ד) הביעו את  $y$  במפורש באמצעות פונקציות סטנדרטיות.