

תרגיל בית 7 מבני נתונים ואלגוריתמים שת"ף סמסטר א

שאלה 1

נתון גרף לא מכוון $G = (V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות, וצומת $s \in V$. לכל קשת $e \in E$ יש משקל שלם $w(e)$ (חיובי או שלילי). תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב, לכל צומת $v \in V$, את המשקל המינימלי של מסלול מ- s ל- v בעל מספר זוגי של קשתות. (הניחו שב- G אין מעגלים שליליים).

שאלה 2

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ בו הקשתות צבועות ב-3 צבעים: אדום כחול וירוק.

- כתבו אלגוריתם המקבל שני קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים כך שכל שתי קשתות סמוכות במסלול הן בצבעים שונים.
- כתבו אלגוריתם המקבל שני קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים העובר דרך קשתות מכל הצבעים.

על האלגוריתמים לרוץ ב- $O(|V| + |E|)$ פעולות. הוכיחו את נכונות האלגוריתמים.

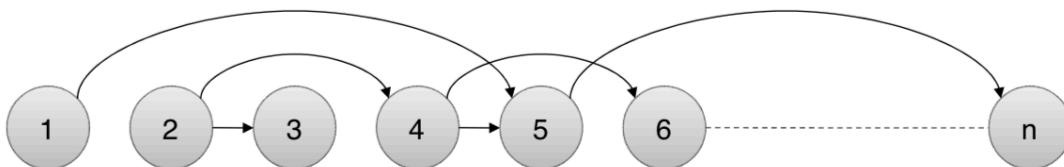
תרגיל 3. נתון גרף $G = (V, E)$ ופונקציית משקל $w: E \rightarrow \{1,2,3,4,5\}$. הציעו אלגוריתם המוצא את המסלול הקצר ביותר בין שני קודקודים בעזרת אלגוריתם BFS. רמז: יש ליצור גרף חדש.

תרגיל 4

נתון גרף $G = (V, E)$ לא מכוון וקשיר. כמו כן נתונות פונקציות משקל על הקשתות, $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ ו- $w': E \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימות $w(e_1) \leq w(e_2)$ אם $w'(e_1) \leq w'(e_2)$ לכל זוג קשתות e_1, e_2 . הוכח כי הוא עפ"מ לפי w' אם הוא עפ"מ לפי w .

תרגיל 5

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ שצמתיו ממוספרים: $1, 2, \dots, n$ ($n = |V|$). בנוסף, נתון שכל קשת $(i, j) \in E$ בגרף מקיימת $i < j$.



מצאו אלגוריתם יעיל המחשב את אורך המסלול הארוך ביותר בגרף.