

בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 2** (88-133-05/07) – מועד א'

אוניברסיטת בר-אילן, יום ד', ל' סיון תשע"ו (6.7.16 למ')

מרצים: בועז צבאן, מיכאל שיין.

מתרגלים: שירה גילת, אפי כהן, ניר שוורץ, מנחם שלוסברג.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

הנחיות

א. יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. לא לתקבל תשובה המשתרעת על פני יותר משני עמודים.

ב. משקל כל שאלה הוא 24 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)	ניקוד (לשימוש הבודקים)
1	
2	
3	
4	
5	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

הבהרה. גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

יהיו $f_n(x)$ (עבור $n = 0, 1, 2, \dots$) פונקציות רציפות בכל הישר הממשי \mathbb{R} . נתון שטור הפונקציות $\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ מתכנס במידה שווה בקטע (a, b) . הוכח שהטור מתכנס במידה שווה בקטע $[a, b]$.

תשובה:

שאלה 2

תהי $f(x) := \int_{-x^2}^{x^3} e^{t^2} dt$ לכל מספר ממשי x . מצא את הנגזרת $f'(x)$.
(התשובה צריכה להיות מובעת בעזרת פונקציות אלמנטריות בלבד, בלי אינטגרלים.)

תשובה:

שאלה 3

תהי $f(x) := \sin^2 x$.

א. מצא את טור מקלורן של הפונקציה $f(x)$. הוכח שהטור מתכנס לפונקציה לכל מספר ממשי x .

ב. חשב את $\sin^2(1/2)$ עם שגיאה שאינה עולה על אלפית (0.001).

תשובה:

שאלה 4

- נניח שהאינטגרל $\int_0^\infty f(x) dx$ מתכנס בהחלט, בעוד שהאינטגרל $\int_0^\infty g(x) dx$ מתכנס בתנאי.
- א. האם בהכרח האינטגרל $\int_0^\infty (f(x) + g(x)) dx$ מתכנס?
- ב. האם בהכרח האינטגרל $\int_0^\infty (f(x) + g(x)) dx$ מתכנס בהחלט?

תשובה:

שאלה 5

חשב את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

א. $\int 3^x \sin x \, dx$

ב. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} \, dx$

ג. $\int \frac{x^3-2}{x^4-x} \, dx$

תשובה: