

תרגיל 1 - אינפי 2 למדמ"ח

נוסחאות שימושיות

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^n k = kn \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \quad (4)$$

שאלה 1

חשבו את האינטגרלים הבאים לפי הגדרה של אינטגרל מסויים:

$$\int_1^3 (x^2 - x - 2) dx \quad \text{א)}$$

$$\int_0^4 \sqrt{x} dx \quad \text{ב)}$$

$$\int_{-1}^2 x^3 dx \quad \text{ג)}$$

$$\int_1^3 (8x - x^2) dx \quad \text{ד)}$$

שאלה 2

הוכיחו: אם f אינטגרבילית ב- $[a, b]$ ו- $c \in \mathbb{R}$ קבוע, אז $c \cdot f$ אינטגרבילית ב- $[a, b]$

ומתקיים:

$$\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

שאלה 3

הוכיחו: אם $f(x)$ רציפה ב- $[-a, a]$ ואי זוגית, אזי $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

שאלה 4

האם הפונקציה הבאה הינה אינטגרבילית? נמק את תשובתך:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} < x \leq \frac{1}{n} \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

שאלה 5

חשבו את האינטגרלים המסויימים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות המתאימות מהנדסת

המישור:

א) $\int_{-1}^3 |2x - 3| dx$

ב) $\int_0^{10} \sqrt{10x - x^2} dx$ (רמז: השלימו לריבוע)