

## חשבון אינפי מתקדם

### תרגיל 2

רציפות של פונקציות רבות משתנים  
נגזרות חלקיות . נגזרות מכוונות .

1. בדקו את רציפות הפונקציות הבאות בתחום הגדרתן :

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{x^2 + 1}{x^2 + (y-1)^2} & (x, y) \neq (0, 1) \\ \frac{\pi}{2} & (x, y) = (0, 1) \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{ב.}$$

2. האם קיים ערך של  $a$  עבורו הפונקציה הבאה רציפה בנקודה  $(0, 0)$  ?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ a & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

3. הוכיחו כי הפונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{2x^6 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

אינה רציפה בנקודה  $(0, 0)$ , אך יש לה נגזרות חלקיות בנקודה זו .

### תרגילים נוספים :

1. האם הפונקציה הבאה רציפה?

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \log(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & , x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

2. חשבו את הנגזרות החלקיות של הפונקציה:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 + y)^2}{x^4 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. חשבו את הנגזרות החלקיות הבאות:

$$f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

א. באשר:  $f'_x, f'_y$

$$f(x, y) = \arccos \sqrt{\frac{x}{y}}$$

ב. באשר:  $f''_{xy}, f''_{yx}$

4. בדקו את דיפרנציאביליות הפונקציה הבאה בנקודות:  $(0,0)$  ו- $(1,2)$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 + y)^2}{x^4 + y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

**בהצלחה !!**