

21/08/17

מבחן מועד ב' – 88-133 אינפי 2 תשע"ז

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: ד"ר ארז שיינר.

1. קבעו האם הפונקציות הבאות רציפות במ"ש בקטע הנתון

א. $\ln(1 + \sin^2(x))$ בקטע $(-\infty, \infty)$ ב. e^{-x} בקטע $(0, \infty)$

2. חשבו את הביטויים הבאים:

א. $\int_{a+1}^{\infty} \frac{1}{x^2 - a^2} dx$, $a > 0$ ב. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^{2n}}$

3.

א. נביט בהמשך המחזורי של $f(x) = (x - 2\pi)^2$ בקטע $(-\pi, \pi]$, חשבו את מקדמי הפורייה של

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

ב. חשבו את $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

4. נביט בסדרת הפונקציות $f_n(x) = \sin\left(\frac{x}{n}\right)$

א. האם היא מתכנסת במ"ש ב $(-\infty, \infty)$?

ב. האם היא מתכנסת במ"ש ב $[-1, 1]$?

5. תהי פונקציה $f(x)$ המוגדרת בכל \mathbb{R} , ויהי טור חזקות $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ בעל רדיוס התכנסות $R > 0$.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

נניח בנוסף כי בתחום ההתכנסות

א. הוכיחו/הפריכו: אם $f(x)$ זוגית בכל \mathbb{R} אזי לכל $k \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $a_{2k-1} = 0$.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם לכל $k \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $a_{2k-1} = 0$ אזי $f(x)$ זוגית בכל \mathbb{R} .