

## מבוא לאנליזה מתקדמת מבחן לדוגמא

מרצה: תמר בר-און.  
משך הבחינה: שעתיים וחצי.  
הוראות: יש לענות על כל השאלות. בכל שאלה יש להראות דרך, ותשובה סופית. תשובה סופית בלי דרך לא תקבל ניקוד!  
משקל כל שאלה: 22 נקודות.  
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.  
חומר עזר: מחשבון פשוט.  
בהצלחה!

1. מצאו פתרון לבעיית ההתחלה הבאה:

$$xy' - 8y = x^3 \sqrt{y}$$

$$y(1) = 8$$

והוכיחו שהוא יחיד.

2. מצאו פתרון כללי למד"ר הבאה:

$$5x - y^2 + (2x + 3)yy' = 0$$

3. פתרו את המד"ר הבאה:

$$y \cdot y'' - 3(y')^3 = 0$$

בתחום  $y > 0$ .  
הערה: שימו לב גם לפתרונות סינגולריים.

4. מצאו את הפתרון הכללי למד"ר הבאה:

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 + 2x + 4$$

5. יהיו  $f, g$  שתי פונקציות גזירות ברציפות בקטע  $I$ . הוכיחו/הפריכו:

(א) אם  $f, g$  בת"ל בקטע  $I$  אז גם  $f', g'$  בת"ל בקטע  $I$ .

(ב) אם  $f', g'$  בת"ל בקטע  $I$ , אז גם  $f, g$  בת"ל בקטע  $I$ .