

מבחן דמה - חדו"א 1 לאודיסאה – 20/01/22

מרצה: דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
 משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)\cos(2x)(e^x-1)}{1-\cos(3x)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^3+1)+\ln(x^5+1)}{\ln(x+1)}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{n+1}{n+2}\right)^n$

2.

א. חשבו את $\int \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-2x}} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_1^{\infty} \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-2x}} dx$

3. יהי $a \in \mathbb{R}$ סקלר, ותהי פונקציה $f(x) = (x - a)e^x$

א. לכל ערך של a , מצאו את הערך המינימלי של $f(x)$ בכל \mathbb{R} .

ב. לכל ערך של a , מצאו את כמות השורשים של הפונקציה $f(x)$.

4. תהי סדרה חסומה a_n . לכל $k \in \mathbb{N}$ נגדיר את $B_k = \{a_n | k < n \in \mathbb{N}\}$ להיות קבוצת איברי הסדרה אחרי המקום k

א. הוכיחו שאם קיים $K_1 \in \mathbb{N}$ עבורו $\sup B_{K_1} = \inf B_{K_1}$ אזי הסדרה a_n מתכנסת.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם לכל $k \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $\sup B_k \neq \inf B_k$, אזי לסדרה a_n אין גבול.

5. תהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ לכל $n \in \mathbb{N}$, וכן $a_1 = \frac{1}{2}$. חשבו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{4n}$$

ב. מצאו מספר רציונאלי $a \in \mathbb{Q}$ המקיים כי

$$\sqrt{e} - \frac{1}{100} < a < \sqrt{e}$$