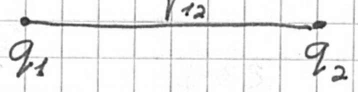
הרצאה 4 - אנרגיה ופוטנציאל

$$U_G = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$U_k = \frac{1}{2} k r^2$$

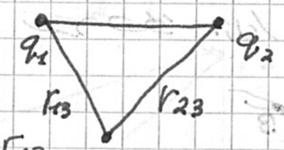


$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

מקרה 1:

$$W = \int_{\infty}^{r_{21}} k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot dr = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = U_{e_{12}}$$

תרגיל: 4.2:



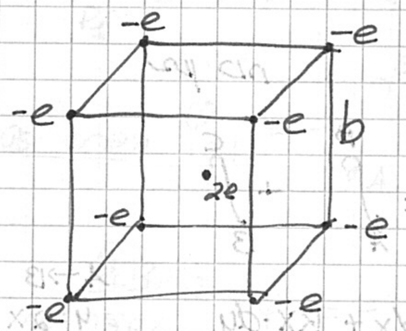
$$W_3 = -\int_{\infty}^{r_{13}} k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r^2} \cdot dr - \int_{\infty}^{r_{23}} k \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{r^2} dr$$

$$= k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}} + k \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{23}}$$

ונשים לב שבאופן כללי נשתמש בעקרון הסופר פוזיציה

$$U_e = \frac{1}{2} \sum_{ij} k \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}} = \sum_{i<j} k \cdot \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}}$$

תרגיל: 4.3:



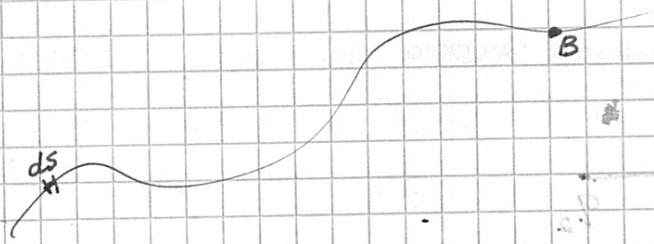
$$U_e = 12 \cdot k \cdot \frac{e^2}{b} + 12 \cdot k \cdot \frac{e^2}{\sqrt{2} b} + 4k \cdot \frac{e^2}{\sqrt{3} b} - 8k \frac{2e^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} b}$$

לצלעות

אלכסונים של הפאות

$$\approx \frac{4.32 k e^2}{b}$$

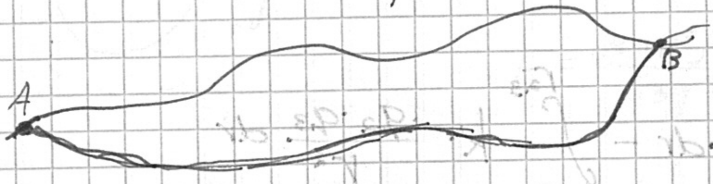
אינטגרל קווי:



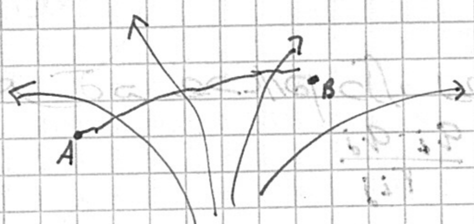
$$\vec{ds} = dx\,\hat{x} + dy\,\hat{y} + dz\,\hat{z}$$

$$\int_c \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

צריך לשים ~~[illegible]~~ ש $\vec{E}$ הוא משמר כי הוא נובע מכוח מרכזי
כוח מרכזי הוא משמר ולכן

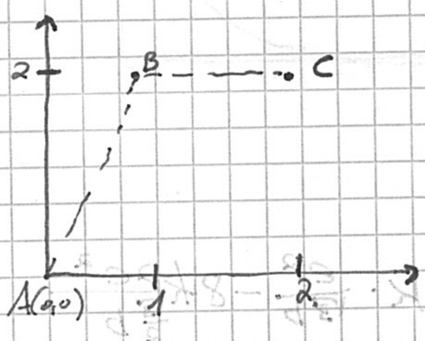


אותה עבודה בין שני המסלולים



$$E = k(y\hat{x} + x\hat{y})$$

נתון כוח



$$\int \vec{E}\,\vec{ds} = \int_A^B + \int_B^C$$

A→B
$y = 2x$
$dy = 2dx$

$$= \int_A^B ky\,dx + kx\cdot dy$$

$$= \int_0^1 2kx\,dx + 2kx\,dx = \frac{2k}{2} + \frac{2k}{2} = 2k$$

B→C

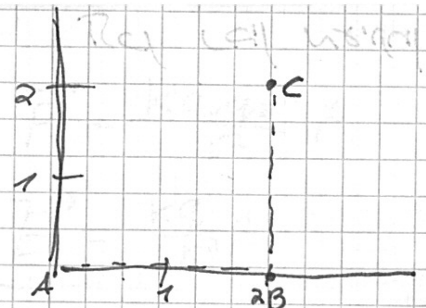
$y=2 \quad dy=0$

$$\int_1^2 2k\cdot dx = 2k$$

$$\int = \int_A^B + \int_B^C = 4k$$

ולכן

עשה כולבן אחר



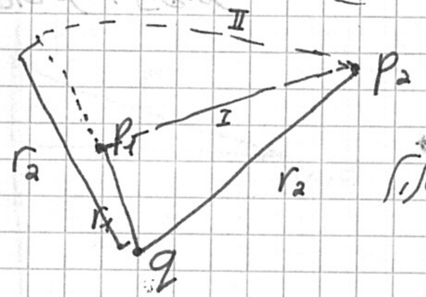
$A \to B$

$dy=0 \qquad y=0$

$$\int_A^B 0 = 0$$

$$\int_0^2 2k\cdot dy = 4\cdot k$$

$B \to C$
$dx=0$
$x=2$



דוגמה 4.4:

$$E = k\cdot\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

בגלל שזה כוח משמר נבחר במסלול II

$$\int_I \vec{E}\cdot\vec{ds} = \int_{r_1}^{r_2} k\cdot\frac{q}{r^2}\cdot dr = k\cdot q\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

$$\int_{II} \vec{E}\cdot\vec{ds} = 0$$

בסה"כ

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot\vec{ds} = k\cdot q\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

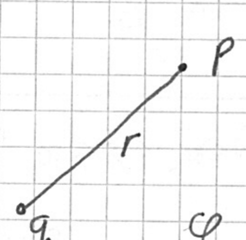
לכן

הפרש פוטנציאלים $\varphi_{BA} = -\int_A^B \vec{E}\,\vec{ds}$

$$[\varphi] = Volt = \frac{J}{c}$$

פוטנציאל
לפקד את B $\to \varphi_A = -\int_\infty^A \vec{E}\cdot\vec{ds}$

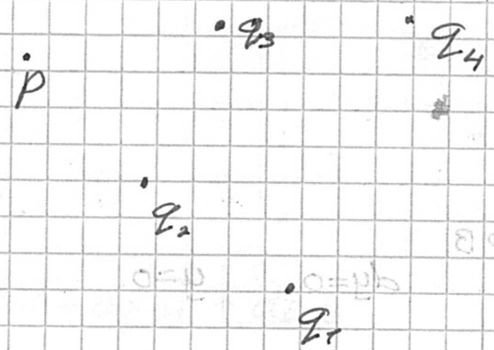
לפי דוגמא:



$$\varphi_P = -\int_\infty^r k\cdot\frac{q}{r^2}\cdot dr$$

$$\varphi_P = k\cdot\frac{q}{r}$$

ולכן נבין מעיקרון הסופר-פוזיציה אם

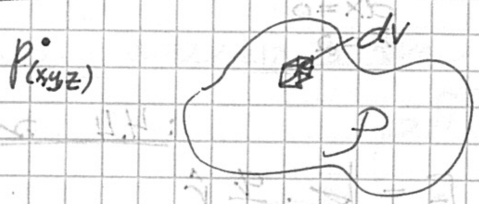


$$\boxed{\varphi_p = \sum_i \frac{k q_i}{r_i}}$$

ולכן

באופן כללי בקורס נעסוק עם

גופים רציפים



$$\varphi = K \int_{\substack{x'y'z' \\ \text{כל הגוף}}} \frac{\rho(x',y',z')\, dx'\,dy'\,dz'}{r'}$$

ככה ש $r' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$

הקשר בין שדה לפוטנציאל

אם העולם היה חד-מימדי אזי

$$\varphi = \int E \cdot dx$$

$$E = \frac{d\varphi}{dx}\hat{x}$$

<u>הגרדיאנט</u>

פונקציה סקלרית

$$\vec{\nabla}(F) = \frac{\partial F}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial F}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial F}{\partial z}\hat{z}$$

$grad(F)$