

מבחן סיום בקורס מבוא לאלגברה לינארית 89-119  
מועד א' סמסטר א' תשע"ז

מרצה: איתמר שטיין

מתרגלת: אלכסנדרה סימנובסקי.

תאריך: ד' אדר תשע"ז 2/3/17.

משך המבחן: שלוש שעות.

הוראות: יש לענות על 4 מתוך 5 שאלות. אם עניתם על 5 שאלות, יש לסמן באופן ברור 4

שאלות שאתם רוצים שתבדקנה. אחרת 4 השאלות הראשונות תבדקנה.

כל שאלה שווה 25 נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון מדעי פשוט בלבד.

**יש לנמק היטב את תשובותיכם!**

1. נתונה מערכת משוואות לינאריות התלויה בפרמטר  $k$ .

$$x + 2y + (-k - 1)z = 0$$

$$3x + (6 + 2k)y - 3z = 0$$

$$(2 + k)x + 4y - 2z = 0$$

עבור אליו ערכי  $k$  למערכת:

(א) אין פתרון?

(ב) יש פתרון יחיד? במקרים אלו מצאו את הפתרון.

(ג) אינסוף פתרונות? במקרים אלו מצאו את הפתרון הכללי.

2. נתונה המטריצה ההפיכה הבאה:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(א) מצאו את  $A^{-1}$ .

(ב) כתבו את  $A$  כמכפלה של מטריצות אלמנטריות.

3. נתונה מטריצה:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(א) חשבו את הדרגה של  $A$ .

(ב) האם עמודות  $A$  פורשות את המרחב  $\mathbb{R}^3$ ? נמקו.

4. (א) חשבו את הדטרמיננטה של

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(ב) תהי  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  מטריצה. ביצענו על  $A$  את פעולות השורה הבאות:

$$R_1 = R_1 + 1077R_3 \bullet$$

$$R_2 = \frac{1}{3}R_2 \bullet$$

$$R_3 \leftrightarrow R_1 \bullet$$

$$R_3 = R_3 - \frac{89}{5}R_2 \bullet$$

וקיבלנו את המטריצה  $B$  מסעיף א'. מהי הדטרמיננטה של  $A$ ? נמקו.

(ג) האם השורות של  $A$  הן בת"ל? נמקו.

5. נתונה מטריצה

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

(א) מצאו את הערכים העצמיים של  $A$ .

(ב) מצאו בסיסים עבור המרחבים העצמיים של  $A$  והסבירו מדוע  $A$  לכסינה.

(ג) חשבו את  $A^k$  כאשר  $k$  הוא מספר טבעי.