בוחן טופולוגיה תשעח

22/5/2018 (ח' סיוון)

מתרגלים: אחיה בר־און ותמר בר־און.

- ענו על כל השאלות. **יש לנמק כל תשובה!!**
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- **על כל דף תשובה רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא. (על מחברת בחינה ממדור בחינות מספיק למלא רק בעמוד הראשון.)**
- הקפידו על סדר ניקיון.
- חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
- ניקוד: ניקוד אחיד בין הסעיפים, 18נקודות לכל סעיף (סה"כ $105 = 7 \times 15$ נקודות).
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי־ מומלץ להתחיל עם שאלות אותן אתם יודעים לפתור.

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

Q1	
Q2	
Q3	
total	

בהצלחה!

1. יהא $X=\mathbb{Z}$ עם המטריקה ה p־ אדית d_p.

(א) הוכיחו כי כל כדור $B(x,r)$ הוא קבוצה סגוחה (לכל x שלם, לכל $0<r\in\mathbb{R}$).

(ב) נניח בסעיף זה כי $p=3, r=\frac{1}{26}$. מצאו/תארו את הכדור $B(0,r)$.[1]

2. יהא $X=\mathbb{R}$ ונגדיר $\tau=\{O\in P(\mathbb{R}):\,|O^c|\leq\aleph_0\}\cup\{X,\emptyset\}$.

(א) הוכיחו כי τ טופולגיה על X.

(ב) תהא $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ סדרת מספרים ממשיים שמתכנסת למספר ממשי x (ביחס ל τ) הוכיחו כי הסדרה קבועה לבסוף.

3. נגדיר $X=\mathbb{N}$ ונגדיר טופולוגיה על X כך $\tau_{\leq}=\{\emptyset,X\}\cup\{O_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ כאשר $O_n=\{x\in\mathbb{N}:\,x\leq n\}$.

(א) הוכיחו כי $(X,\tau_{\leq})$ קשיר.

(ב) הוכיחו כי כל פונקציה $(\mathbb{R},\tau_{\mathbb{R}})\to(X,\tau_{\leq}):f$ רציפה היא קבועה (הערה: $\tau_{\mathbb{R}}$ היא הטופולוגיה הרגילה על $\mathbb{R}$).

(ג) תהא $A=X\setminus\{1,3,4\}$ הוכיחו כי A הומיאומורפי ל X (כאשר A עם טופולוגית תת מרחב).

[1] ציטוט ההגדרה $B(0,r)=\{x\in X:\,d_p(x,0)<r\}$ לא תתקבל כתשובה.

תשובה לשאלה ___

תשובה לשאלה ___

תשובה לשאלה ___

תשובה לשאלה ___

תשובה לשאלה __

תשובה לשאלה ___

תשובה לשאלה___