

דוגמה לשימוש בנוסחת הנסיגה

4 במאי 2017

נוסחה:

אם רוצים לחשב את האינטגרל מהצורה: $I_m = \int \frac{A}{(x^2+bx+c)^m}$ כאשר המכנה אי פריק,

נבצע השלמה לריבוע ונגיע לאינטגרל מהצורה: $G_m = \int \frac{A}{(x^2+a^2)^m}$

ואז האינטגרל נתון באמצעות נוסחת הנסיגה הבאה:

$$G_{m+1} = \frac{2m-1}{2ma^2} \cdot G_m + \frac{A}{2ma^2} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^m}$$

$$G_1 = \frac{A}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C \text{ נתאי התחלה:}$$

דוגמה:

נחשב את האינטגרל הבא: $\int \frac{1}{(x^2+4x+5)^2} dx$

נעשה השלמה לריבוע ונקבל: $\int \frac{dx}{(t^2+1)^2}$

כאשר עשינו את ההצבה: $t = x + 2$

במקרה שלנו $m + 1 = 2$ ולכן $m = 1$, בנוסף $a = A = 1$

$$G_2 = \frac{2-1}{2} \cdot G_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{t^2+1} = \frac{1}{2} \cdot \arctan(t) + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{t^2+1} + C =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \arctan(x+2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{t^2+1} + C$$