

בוחן אמצע – אינפי 2 (מועד ב')

בוחן הנערך בתאריך 06.07.2010 .

מתרגלים : ארז שיינר , תומר יניב

הזמן המוקצב לבוחן : שעה וחצי.

אסור שימוש בחומר עזר מסוג שהוא – נוסחאות רלוונטיות מופיעות בסוף הבוחן .

ענו על שאלה 1 (30 נקודות)

1. הוכח את אי השיוויון הבא עבור $x > 0$: $\frac{x}{x+1} < \ln(1+x) < \frac{x(x+2)}{2(x+1)}$

ענו על שאלה 2 (20 נק')

2. פתרו שניים מבין שלושת הסעיפים :

א. $\int x^2 \ln(x^2 + 1) dx$

ב. $\int \cos^3(x) dx$

ג. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x + \sin^3 x} dx$ רמז: הציבו $x = \frac{\pi}{2} - t$

ענו על שאלה 3 (11 נק')

3. תהי $A \in [0,1]$ כך ש A אינסופית מעוצמה \aleph_0 . ותהי $f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin A \\ 1 & x \in A \end{cases}$. הוכח ש f אינה אינטגרבילית בקטע, או הבא דוגמא נגדית והוכח שהיא כן אינטגרבילית בקטע.

ענו על שאלות 4-6 (13 נק' לשאלה) :

4. ידוע כי $\sin(\frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4})$. חשב את הפונקציה $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1-x}{1+x}$ בכל נקודה

פרט ל $x = -1$

5. הוכח/הפריך: f אינטגרבילית אם"ם $|f|$ אינטגרבילית

6. תהי f אינטגרבילית בקטע $[a, b]$ המקיימת $0 \leq f(x)$ לכל $x \in [a, b]$ וכן $\int_a^b f(x) dx = 0$

ענו על אחד מבין שני הסעיפים הבאים:

א. הוכח/הפרב: $\int_a^b (f(x))^2 dx = 0$

ב. נניח בנוסף ש f רציפה. הוכח/הפרב: $f \equiv 0$ (כלומר f זהותית אפס בקטע).

בהצלחה! 😊

נוסחאות שימושיות:

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

- $\int \frac{dt}{a^2 + t^2} = \frac{1}{|a|} \arctan\left(\frac{t}{|a|}\right) + C$