

83-116

תרגיל 2:

1. נתונה הקבוצה  $A = \{1,3,\{1\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$  עבור כל טענה קבע אם נכונה.  
 $2 \in A, \{1\} \subset A, \{2\} \subset A, \{1,2\} \in A, \{1,2\} \subset A, \{1\} \in A, \{\{1,2\}\} \subset A, \{1,\{1,2\}\} \subset A$

2. קבע נכון או לא נכון לגבי הטענות הבאות ונמק בקצרה:

א.  $\{1,2\} \in \{1,2,\{1\}\}$

ב.  $\phi \in \{\phi, a\}$

ג.  $\phi \subset \{\phi, a\}$

ד. תהי  $A = \{\phi, \{\phi, \{\phi\}\}\}$  רשום את:

(1) איברי A שאינם קב' חלקיות של A.

(2) קבוצות חלקיות של A שאינם איברי A.

(3) איברי A שהם גם קב' חלקיות שלה.

3. מצא דוגמא לקבוצות המקיימות את התנאים בכל סעיף:

א.  $A \in B \in C \wedge A \notin C$  (כלומר, שייכות איננה טרנזיטיבית)

ב.  $A \in B \wedge A \subseteq B$

4. A, B, C קבוצות. הוכח או הפרך:

א.  $A \in B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \in C$

ב.  $A \in B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

5. א. נתונות הקב'  $A = \{\{\phi\}, \{1\}\}, B = \{A, 1, \phi\}$  האם  $A \in B? A \subseteq B? \phi \in A?$

ב. נתונות הקב'  $A = \{1,3,5,7\}, B = \{1,2,4,5,6\}, C = \{2,4,6,8\}$  מצא את הקבוצות:

$B \cap A, A \cup B, B \cap C, A \setminus B, A \Delta B, (A \cup B) \setminus C$

6. יהיו B, A קבוצות. הוכח בלוח השתייכות ובצורה פורמלית:

א.  $A \cap (A \cup B) = A$

ב.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ג. הוכח בצורה פורמלית את השוויון:  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  (הכלה דו כיוונית)

7. יהיו  $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}, A = \{2,4,6,8\}, B = \{1,2,4,5,6\}, C = \{1,3,5,7\}$  (הקב' האוניברסלית). מצא:

$\phi^c, U^c, C^c, A \setminus B, B \setminus A, (A \cup C) \setminus (C \setminus A)^c, (A \cup B)^c \cap (B \cup C)^c, (A \cup B) \setminus C$

8. הוכח בעזרת פעולות על קבוצות את הזהויות הבאות:

א.  $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C^c \cap D) \cup (A^c \cap B) = B$

ב.  $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

9. נתונה הקב'  $I = \{2,3,4\}$  נגדיר את הקבוצות  $A_i$  ( $i \in I$ ) באופן הבא:

$\forall i \in I, A_i = \{x \mid x = i^2 \cdot k, k \in \mathbb{N}\}$  (שימו לב, I במקרה זה נקראת קב' אינדקסים).

תזכורת: N היא קבוצת הטבעיים).

בדוק האם 1,8,1152 שייך לאיחוד הכללי  $\bigcup_{i \in I} A_i$ , לחיתוך הכללי  $\bigcap_{i \in I} A_i$ , לשניהם או לאף אחד מהם.

10. יהיו  $A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{2,3,4\}$ . רשום את קב' החזקה של  $B, A$ , חשב כמה אייברים בקב':

$(P(A) \cup P(B)) \setminus (P(A) \cap P(B))$  והוכח או הפרך:

א.  $A \subseteq B \Leftrightarrow P(A) \subseteq P(B)$ .

ב.  $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ .