

תרגיל בית 9 במתמטיקה בדידה 2

83-118 סמסטר ב' תשע"ו

15 במאי 2016

1. יהי $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. כמה סדרות (לאו דוקא מאותו אורך) מהספרות 1, 2 (כלומר, $\forall i : a_i \in \{1, 2\}$) יש, שסכום איבריהן הוא n ?

2. כמה תתי קבוצות של $\{1, \dots, n\}$ יש שאינן מכילות זוג מספרים עוקבים?

3. חידת הארנבים: זוג ארנבים מוליד בכל חודש, החל מהחודש השני לחייו, זוג ארנבים נוסף. זוג ארנבים בני יומם הוכנסו לחדר סגור בחודש ה-0. כמה זוגות יהיו בחדר בחודש ה- n (בהנחה שאף אחד לא מת שם...)?

4. יהיו $n \in \mathbb{N}$, $2 \leq k \leq n$, הוכיחו כי $\{n\}_k = \sum_{i=k-1}^{n-1} \binom{n-1}{i} \{i\}_{k-1}$.

5. הוכיחו כי $\{n\}_2 = 2^{n-1} - 1$. נסו לעשות זאת ללא שימוש בנוסחאות רקורסיביות.

6. הוכיחו שמספר הפונקציות $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, k\}$ שהן על הוא $k! \{n\}_k$.

7. סדרת פל מוגדרת באופן הבא: $P(0) = 0$, $P(1) = 1$ ולכל $n \geq 2$ מגדירים $P(n) = 2P(n-1) + P(n-2)$. מצא את ההצגה האלגברית של האיבר הכללי $P(n)$.

8. תהי A קבוצה עם $|A| = n$. כמה יחסי שקילות ניתן להגדיר על A עם k מחלקות שקילות?