

תרגיל 11 בפונקציות מרוכבות

1. חשבו את האינטגרלים הבאים (המסילות מכוונות נגד כיוון השעון):

$$\int_{|z|=3} \frac{z^3}{e^{\frac{1}{z^2}}} dz \quad (\text{א})$$

$$\int_{|z|=1} e^{\frac{1}{z}} \sin \frac{1}{z} dz \quad (\text{ב})$$

$$\int_{|z|=2} \frac{z^6}{(z-3)(z-1)^6} dz \quad (\text{ג})$$

$$4+4i, 4-4i, -4+4i, -4-4i \quad \text{כאשר } \gamma \text{ הוא הריבוע שקודקודיו } \int_{\gamma} \frac{1+z}{\sin z} dz \quad (\text{ד})$$

2. חשבו את

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=4} \frac{f'(z)}{f(z)} dz$$

כאשר

$$f(z) = e^{2z}(z-1)^3(z-2)^4(z-3)^{-5}(z-5)^{-3}$$

רמז: עשינו תרגיל רלוונטי למדי בכיתה.

3. הראו כי

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\sin^2 \theta} d\theta = \sqrt{2}\pi$$

רמז: לעניות דעתי יהיה יותר קל לפשט קצת את האינטגרל לפני שעוברים לאינטגרל מרוכב.