

# אלגברה מופשטת 3 – תרגיל 8

בכל השאלות החישוביות עליכם להצדיק את תשובתכם (כלומר, להוכיח שזו התשובה). תשובה ללא הצדקה לא תזכה בנקודות.

## שאלה 1

נסמן ב- $\mathbb{F}_q$  את השדה הסופי בגודל  $q$ .

1. בנו באופן מפורש את  $\mathbb{F}_{32}$ .
2. כמה גורמים אי פריקים יש ל- $x^6 - x$  מעל  $\mathbb{F}_2$ ? (אין צורך למצוא את הגורמים)
3. כמה גורמים אי פריקים יש ל- $x^6 - x$  מעל  $\mathbb{F}_4$ ? (אין צורך למצוא את הגורמים)

## שאלה 2

יהי  $\rho_n$  שורש יחידה  $n$ -פרמיטיבי ויהי  $\psi_n$  הפולינום המינימלי שלו (הפולינום הציקלוטומי).

1. חשבו את  $\psi_{15}, \psi_{16}, \psi_{18}$  (התשובה צריכה להיות פולינום מפורש מעל  $\mathbb{Q}$ ).
2. פרקו את  $\psi_{18}$  מעל  $\mathbb{Q}[\rho_3]$  באשר  $\rho_3$  שורש יחידה 3-פרמיטיבי.

## שאלה 3

יהי  $F$  שדה ו- $f \in F[x]$  פולינום ספרבילי אי פריק ממעלה 5. יהי  $E$  שדה הפיצול של  $f$  מעל  $F$  ויהיו  $\alpha_1, \dots, \alpha_5$  השורשים של  $f$  ב- $E$ . נניח כי  $|Gal(E/F)| = 120$ .

1. חשבו את  $[F[\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3]: F]$ . מצאו קבוצת יוצרים\* של  $Gal(E/F[\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3])$ . אילו מהשורשים  $\alpha_1, \dots, \alpha_5$  נמצאים ב- $F[\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3]$ ?
2. חשבו את  $[F[\alpha_1 + \alpha_2^2]: F]$ . מצאו קבוצת יוצרים\* של  $Gal(E/F[\alpha_1 + \alpha_2^2])$ . אילו מהשורשים  $\alpha_1, \dots, \alpha_5$  נמצאים ב- $F[\alpha_1 + \alpha_2^2]$ ?

(\* יצגו את אברי חבורת גלואה כתמורות ב- $S_5$  (=תמורות על השורשים  $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ ).