

אינפי 1 – מדמ"ח – תרגיל 2

1. בשאלה זו, יהי H מספר אינסופי חיובי, ϵ מספר אינפיניטסימלי חיובי. עבור כל אחד מהמספרים הבאים יש לקבוע ולהוכיח מה סדר הגודל שלו (אינפיניטסימל, סופי אך לא אינפיניטסימל, אינסופי).

$$i. \quad \frac{H+H^4+3}{3H^4-19}$$

$$ii. \quad \frac{H-H^2+H^3}{H^2-H^3+H^4}$$

$$iii. \quad \frac{1+2H+3H^2}{64-3H}$$

$$iv. \quad \frac{8H+128+2\epsilon}{2H-256-512\epsilon}$$

$$v. \quad H^2-H-5$$

$$vi. \quad \sqrt{H+1}-\sqrt{H}$$

$$vii. \quad \frac{\sqrt{4+\epsilon}-2}{\epsilon}$$

$$viii. \quad H\left(\sqrt{4+\frac{1}{H}}-\sqrt{2}\right)$$

$$ix. \quad H\left(\sqrt{4+\frac{1}{H}}-2\right)$$

בשאלות הבאות, ב-"הוכיחו או הפריכו" הכוונה היא: או שתראו שהטענה תמיד מתקיימת לכל בחירת מספרים, או שתראו שקיימת בחירת מספרים שבה הטענה לא מתקיימת. במילים אחרות, ב"הוכחת טענה" הכוונה נימוק מתמטי שמראה שהטענה תמיד מתקיימת, בעוד ב"הפרכת טענה" הכוונה מתן דוגמא נגדית אחת.

2. יהי H מספר אינסופי חיובי, K מספר אינסופי חיובי הגדול ממנו. הוכיחו או הפריכו: $K-H$ מספר אינסופי.

3. יהי H מספר אינסופי חיובי, K מספר אינסופי שלילי. הוכיחו או הפריכו: $H-K$ מספר אינסופי.

4. יהי H מספר אינסופי חיובי, b ממשי חיובי. הוכיחו או הפריכו: bH אינסופי חיובי.

5. יהי ϵ אינפיניטסימל. הוכיחו או הפריכו: ϵ^2 אינפיניטסימל חיובי.

6. יהי ϵ אינפיניטסימל שלילי. הוכיחו או הפריכו: ϵ^2 אינפיניטסימל חיובי.

7. יהי H אינסופי חיובי, a סופי חיובי. הוכיחו או הפריכו: $H-a$ מספר חיובי.

8. יהי ϵ אינפיניטסימל. הוכיחו או הפריכו: $1 > 2^{30}\epsilon$