1. יהי אופרטור T אנטי צמוד לעצמו, אזי:
   a. הוכח/הפרך: $\forall v : Tv \perp v$
   b. הוכח/הפרך: $S = -T^2$ חיובי לחלוטין (מוגדר חיובית)
2. ראינו בהרצאה שלכל אופרטור במ"ו מעל $\mathbb{R}$ יש תת מרחב אינווריאנטי ממימד 1 או 2. הוכח שלכל אופרטור T אנטי צמוד לעצמו קיים בסיס א"נ כך ששהצגה של T לפי בסיס זה הינה

$$\begin{pmatrix} H(a_1) & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & H(a_k) & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

(כל השאר אפסים), כאשר $H(a) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$.

[רמז: הוכחה באינדוקציה, בדומה לתרגיל לגבי אופרטורים א"ג בהרצאה]
3. תהי מטריצה $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ הפיכה
   a. הוכח שקיים פירוק $A = O_1 D O_2$ כאשר O_1, O_2 א"ג ו D אלכסונית
   b. האם הפירוק הנ"ל יחיד?
4. פרק את המטריצה הבאה פירוק פולרי

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{5}{\sqrt{2}} & \frac{4}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{4}{\sqrt{2}} & \frac{5}{\sqrt{2}} \\ 2 & 2 & -2\sqrt{2} & 0 \\ -2 & 2 & 0 & -2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

5. יהיה האופרטור המיוצג ע"י

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

   a. הצג את האופרטור כהרכבה של סיבובים
   b. הצג את האופרטור כהרכבה של שיקופים
   c. האם ניתן להציג את האופרטור כהרכבה של סיבוב ושיקוף?
   d. פרק את האופרטור פירוק פולרי
6. יהי אופרטור T מעל $\mathbb{R}^n$, צל"ע, חיובי לחלוטין (מוגדר חיובית) ולא סינגולרי, הוכח: קיים אופרטור S צל"ע, חיובי לחלוטין ולא סינגולרי יחיד כך ש $S^2 = T$. [רמז: עקבו אחרי ההוכחה הדומה מהתרגיל עם התוספות המתאימות וזכרו שאופרטורים לכסינים בעלים ע"ע ומרחבים עצמיים זהים הינם זהים)]