תרגיל 4

1. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:

תהי a_n סדרה חיובית כך ש- $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, אזי a_n מונוטונית יורדת לבסוף (כלומר a_n מונוטונית יורדת החל משלב מסויים בסדרה).

2. סעיף א':

תהיינה a_n ו-b_n סדרות מונוטוניות עולות וחסומות המקיימות את התכונה הבאה:

לכל n קיים N כך ש- $b_N \geq a_n$

לכל n קיים N כך ש- $a_N \geq b_n$

כלומר, לכל איבר של a_n יש איבר של b_n שגדול שווה ממנו וכן להפך, לכל איבר של b_n יש איבר של a_n שגדול שווה ממנו.

הוכיחו כי $\lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} a_n$.

סעיף ב':

הראו כי הטענה לא נכונה אם a_n ו-b_n הן שתי סדרות מתכנסות בעלות התכונה הנ"ל (אבל לא בהכרח מונוטוניות).