

## תרגיל בית 9

1. נניח  $(X, S, \mu)$  הינו מ"ח ונניח כי  $K : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  הינה מדידה  $S \times S$ . נניח כי קיים  $M < \infty$  כך ש

$$\int |K(x, y)| \mu(dx) < M$$

$$\int |K(x, y)| \mu(dy) < M \quad \text{לכל } x \text{ . וגם כי}$$

לכל  $y$  . אם  $f$  מדידה נגדיר

$$Tf(x) = \int K(x, y)f(y)\mu(dy)$$

כאשר האינטגרל קיים.

i. הוכיחו כי  $\|Tf\|_1 \leq M \|f\|_1$  .

ii. אם  $1 < p < \infty$  , הראו כי  $\|Tf\|_p \leq M \|f\|_p$  .

2. הוכיחו כי קבוצת הפונקציות הפשוטות צפופה ב  $L^p$  עבור  $p \geq 1$  .

3. הראו כי  $L^\infty$  הינו מרחב שלם.