

חשבון אינפי מתקדם

תרגיל 4

כלל השרשרת, נוסחת טיילור, טור טיילור

1.

$$w = \ln(3x^2 - 2y + 4z^3)$$

$$x = t^{1/2}, y = t^{2/3}, z = t^{-2}$$

2. חשבו בעזרת כלל השרשרת את $\left. \frac{dw}{dt} \right|_{t=1}$ כאשר

$$w = x^3 y^2 z^4$$

$$x = t^2, y = t + 2, z = 2t^4$$

3. חשבו את הנגזרות החלקיות $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ של הפונקציה המורכבת $f(g(x, y), h(x, y))$ כאשר

כאשר

$$f(u, v) = \ln(u + \sqrt{u^2 + v^2})$$

$$g(x, y) = x^2 - y^2$$

$$h(x, y) = e^{xy}$$

4. חשבו את $J_{g \circ f}(1, \frac{\pi}{4}, 2)$ כאשר

$$f(x, y, z) = \left(x^2 \sin y, \frac{x}{z}, z \cos y \right)$$

$$g(x, y, z) = (x^4 z^2, x^2 \ln(2y), xyz)$$

5. חשבו דיפרנציאלים מסדר ראשון ושני של הפונקציה המורכבת $u = f(\xi, \eta, \zeta)$ כאשר $\xi = x^2 + y^2, \eta = x^2 - y^2, \zeta = 2xy$ (משתנים בלתי תלויים).

6. על ידי שימוש בדיפרנציאל חשבו את הערך המקורב של :

א. $\sin 29^\circ \tan 46^\circ$

ב. $\sqrt{1.02^3 + 1.97^3}$

7. מצאו פיתוח של פונקציה $f(x, y, z) = x^2 + 3z^2 - 2yz - 3z$ בטור טיילור מסביב לנקודה $(0, 1, 2)$.

8. מצאו פיתוח של פונקציה $f(x, y) = \sqrt{x+y}$ לפי נוסחת טיילור (עד סדר 2 כולל) מסביב לנקודה $(2, 2)$.

9. מצאו פיתוח של פונקציה $f(x, y) = e^{2x} \ln(1 + y)$ לפי נוסחת טיילור (עד סדר 4 כולל) מסביב לנקודה $(0, 0)$.

10. בהנחה ש $|x|, |y|, |z|$ מספיק קטנים מצאו נוסחאות מקורבות עבור הפונקציות הבאות:

א.
$$f(x, y) = \arctan \frac{x+y}{1+xy}$$

ב.
$$f(x, y, z) = \cos(x+y+z) - \cos x \cos y \cos z$$

(קחו איברים עד סדר 2 כולל בפיתוח).

תרגילים נוספים:

1. הפעילו את כלל השרשרת ומצאו את הנגזרות הבאות:

א. $\frac{du}{dt}$ כאשר: $z = t^3$, $y = e^t$, $x = \sin t$, $u = x^2 + y^2 + xz$.

ב. f'_u, f'_v כאשר: $f(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$, $x = u \sin v$, $y = u \cos v$.

2. מצאו את $dg_a(h)$ עבור $a = (1, 1)$; $h = (3, \frac{1}{2})$; $g = \varphi \circ f$

$$\varphi(u, v) = (u + v, 2u, v^2)$$

$$f(x, y) = (x^2 + xy + 1, y^2 + 2)$$

בהצלחה !!!