

תרגיל 5

.1

הוכיחו בעזרת הגדרת הגבול עפ"י קושי (כלומר בלשון $\delta - \varepsilon$):

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-1}{2} = 3 \quad (\aleph)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{3x-1} = 0 \quad (\ב)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{(x-1)^2} = \infty \quad (\ג)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} = \infty \quad (\ד)$$

.2

הראו שהגבולות הבאים לא קיימים בעזרת הגדרת הגבול עפ"י היינה (סדרות):

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\frac{1}{x}} \quad (\aleph)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad (\ב)$$

.3

חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 7x^2 + 5}{4x^3 + x - 6} \quad (\aleph)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \right) \quad (\ב)$$

$$(\sqrt{x^2} = -x \text{ זר } x < 0 \text{ אם } \text{שימו לב:}) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x} \quad (\ג)$$

4. חשבו את הגבולות הבאים:

א.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+3x}-3\sqrt{2}}{x^2-7x+12}$$

הזרחה: למרות שזו פונקציה אלמנטרית והכל אבל היא לא מוגדרת בנקודה $x = 3$, כי

המכנה מתאפס שלה מתאפס בנקודה $x = 3$.

כדי לפתור את השאלה, נכפיל ונחלק בצמוד של המונה ואז במונה נקבל $x^2 + 3x - 18$

שהוא גם מתאפס בנקודה $x = 3$, ולאחר מכן תעשו פירוק לגורמים לינארים של הפולינום

במונה וגם במכנה, צמצמו את $(x - 3)$ במונה וגם במכנה ותקבלו פונקציה אלמנטרית אשר

מוגדרת בנקודה $x = 3$ וחשבו את גבולה.

ב.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x)}{x - \pi}$$

רמז: תעשו הצבה $t = \pi - x$ והשתמשו בגבולות ידועים.