

### תרגיל 3 מופשטת 3

בכל התרגיל אתם מתבקשים לנמק את צעדיכם ככל האפשר.

1. בשאלה הזאת כשכתוב "מצאו את השדה" הכוונה למצוא רשימה של איברים מ  $\mathbb{R}$  שצריך לספח ל  $\mathbb{Q}$  כדי לקבל את השדה הרצוי.

(א) מצאו את השדה  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) \cap \mathbb{Q}(\sqrt{5})$ .

(ב) מצאו את השדה  $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}) \cap \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ .

2. נתון כי הפולינום המינימלי של  $a$  הוא  $x^4 - 2x^3 + 4x - 6$ . מצאו את הפולינום המינימלי של  $2a + 1$ .

3. מצאו את הפולינום המינימלי של:

(א)  $i + \sqrt{2}$  מעל  $\mathbb{Q}$ .

(ב)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  מעל  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ .

(ג)  $\sqrt[3]{7}$  מעל  $\mathbb{Q}$ .

(ד)  $\sqrt[3]{7}$  מעל  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ . רמז: העזרו בשיקולי מימד.

4. (א) חשבו  $[\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}) : \mathbb{Q}]$ .

(ב) חשבו  $[\mathbb{Q}(\sqrt{2 + \sqrt{3}}) : \mathbb{Q}]$ .

(ג) חשבו  $[\mathbb{Q}(\sqrt{\frac{13}{4} + \sqrt{3}}) : \mathbb{Q}]$ .