

אוניברסיטת בר-אילן
המחלקה למדעי המחשב

89195-09

מתמטיקה בדידה 1

סמסטר קיץ תשע"ח
מועד א'
תאריך: 06/10/18

מרצה: אריה פורן
מתרגל: אריאל וויצמן

הנחיות:

1. בטופס הבחינה שלוש דפים כולל עמוד השער. ודאו כי כולם נמצאים בידכם.
2. בבחינה 6 שאלות. כל השאלות הן חובה.
3. הבחינה עם חומר פתוח.
4. משך הבחינה **שלוש שעות**.
5. הנכם רשאים להסתמך על סעיפים קודמים, גם אם לא השבתם עליהם.
6. **נמקו את כל תשובותיכם. פתרון ללא הוכחה לא יתקבל.**
7. ניתן להסתמך על משפטים שהוכחו במהלך ההרצאות והתרגולים בלבד ומופיעים בסיכומים המודפסים. יש לציין באופן ברור באיזה משפט נעזרים (מספר משפט ומספר הרצאה).

בהצלחה רבה !

שאלה 1 (10 נקודות)

- א. מצאו צורת CNF לפסוק הבא: $(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg r$.
- ב. בטאו את הפסוק $(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg r$ באמצעות הקבוצה $\{\uparrow\}$ בלבד.

שאלה 2 (10 נקודות)

הוכיחו את ההיסק הבא. יש להוכיח בצורה פורמלית, תוך כדי ציון כללי ההיסק בכל שלב.

הנחה: $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$

הנחה: $\exists x(\neg Q(x) \wedge R(x))$

מסקנה: $\exists x(\neg P(x) \wedge R(x))$

שאלה 3 (20 נקודות)

תהיינה A, B, C קבוצות. הוכיחו/הפריכו:

א. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

ב. $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$

שאלה 4 (20 נקודות)

תהיינה \mathcal{F} ו- \mathcal{G} שתי משפחות של קבוצות. הוכיחו/הפריכו:

א. $\cup(\mathcal{F} \cap \mathcal{G}) \subseteq (\cup \mathcal{F}) \cap (\cup \mathcal{G})$

ב. $\cup(\mathcal{F} \cap \mathcal{G}) \supseteq (\cup \mathcal{F}) \cap (\cup \mathcal{G})$

שאלה 5 (20 נקודות)

תהיה A קבוצה לא ריקה, ו- R יחס טרנזיטיבי על A . תהיה $B = \mathcal{P}(A) \setminus \emptyset$.

א. נגדיר יחס S באופן הבא:

$$S = \{(X, Y) \in B \times B \mid \forall x \in X \forall y \in Y (x R y)\}$$

הוכיחו ש- S הוא טרנזיטיבי.

ב. נגדיר יחס S' באופן הבא:

$$S' = \{(X, Y) \in \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(A) \mid \forall x \in X \forall y \in Y (x R y)\}$$

האם היחס S' הוא טרנזיטיבי? יש להוכיח את התשובה.

שאלה 6 (20 נקודות)

יהיה R יחס סדר חלקי על A ו- S יחס סדר חלקי על B . נגדיר יחס T על $A \times B$ באופן הבא:

$$T = \{((a, b), (a', b')) \in (A \times B) \times (A \times B) \mid aRa' \wedge ((a = a') \Rightarrow bSb')\}$$

א. הוכיחו ש- T הוא יחס סדר חלקי על $A \times B$.

ב. נניח ש- R ו- S הם יחסי סדר מלאים. האם אז T הוא יחס סדר מלא?

תזכורת: יחס R על A הוא יחס סדר מלא אם הוא יחס סדר חלקי ובנוסף לכל $x, y \in A$

מתקיים: xRy או yRx .