

מתמטיקה בדידה – תרגיל 2

שאלה 1

נגדיר את הפרידקטים הבאים:

- $N(x)$ אומר ש- x הוא שם.
- $P(x)$ אומר ש- x הוא איש.
- $R(x, y)$ – השם של x הוא y (אם x לא איש או y לא שם היחס שקרי).
- $x = y$ - יחס השוויון (אין להשתמש ביחס \neq)

כתבו את הטענות הבאות כפסוקים. כאשר מכמתים, הכימות הוא על כל האנשים והשמות ביחד.

1. לכל איש יש שם
2. קיים איש עם שם יחיד
3. אם קיים איש עם שם יחיד אז לא קיים איש ללא שם
4. לכל איש עם שם יש שם נוסף (שונה מהראשון)
5. לא קיים איש שהוא שם
6. קיימים שני אנשים (שונים) עם אותו שם.
7. לכל איש עם שם קיים איש אחר עם אותו שם.

שאלה 2

בסימונים של שאלה 1, ענו על השאלות הבאות:

- א. האם טענות 2 ו-3 (משאלה 1) גוררות את טענה 1? אם לא, הדגימו זאת.
- ב. האם טענה 7 גוררת את טענה 6? אם לא, הדגימו זאת.
- ג. נניח שטענה 2 שקרית. האם טענה 4 בהכרח נכונה? אם לא, הדגימו זאת.
- ד. נניח שטענה 3 שקרית. מה ניתן לומר על טענה 4? אם לא ניתן לדעת כלום, הדגימו זאת.

הערה: אין צורך לתת הוכחות לוגיות פורמליות. במקום זאת נמקו את קביעתכם במילים. כאשר אתם רוצים להדגים, הגדירו אילו אנשים ושמות קיימים בעולם, ואז הגדירו את הפרידקטים N, R, P (אין צורך להגדיר שוויון \neq).

שאלה 3

הראו כי הפסוקים הבאים נכונים: (אין צורך להציג הוכחה לוגית פורמלית. הוכיחו במילים, או בעזרת הכללים שראיתם בשיעור.)

1. $[(\exists x P(x)) \wedge (\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)))] \rightarrow (\exists x Q(x))$
2. $[\forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(x, z) \rightarrow y = z) \wedge P(c, c)] \rightarrow \forall x (P(c, x) \rightarrow (x = c))$
3. $(\forall x P(x)) \vee (\exists x \sim P(x))$ (הסימן \sim אומר שלילה)
4. $\forall x \forall y (P(x, y) \vee P(y, x)) \rightarrow \forall x P(x, x)$

והראו ע"י בחירת פרידקטים כי הפסוק הבא אינו בהכרח נכון:

$$\forall x \exists y P(x, y) \wedge \forall y \exists x P(x, y) \rightarrow \exists x \exists y \forall z (P(x, y) \vee P(x, z)) \quad .5$$