

**תרגיל 5**

1. חשבו את האינטגרליים כפולים הבאים:

א. 
$$\int_0^1 \left( \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x^2 + y^2) dy \right) dx$$

ב. 
$$\int_{\sqrt{-\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \left( \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}-x^2}} \cos(x^2 + y^2) dy \right) dx$$

ג. 
$$\int_0^1 \left( \int_{x\sqrt{3}}^{\sqrt{4-x^2}} x\sqrt{x^2 + y^2} dy \right) dx$$

2. חשבו את האינטגרליים משולשים הבאים:

א. 
$$\iiint_D (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$
 כאשר  $D$  כדור היחידה.

ב. 
$$\iiint_D z(x^2 + y^2) dx dy dz$$
 כאשר  $D$  גוף סיבוב של הפונקציה  $z = \sqrt{x}$  סביב ציר  $z$  בין  $z=0$  ל- $z=1$ .

ג. 
$$\iiint_D (1-x) dx dy dz$$
 כאשר  $D$  היא פירמידה שפאותיה מישורי צירים ומישור  $3x + 2y + z = 6$ .

3. חשבו את אורך העקומה  $\gamma(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t)$  כאשר  $t \in [0,1]$ .

4. חשבו את  $\int_D F \cdot dr$  כאשר  $F(x, y) = (e^x - y + x, y^{\frac{3}{2}} + x)$  ו- $C$  שפת מעגל שמרכזו בראשית ורדיוס 6 עם משפט גרין וללא.

5. חשבו את האינטגרל

$$\int_C (y + e^{\sqrt{x}}) dx + (2x + \cos(y^2)) dy$$

כאשר  $C$  היא שפת התחום הכלוא בין  $y = x^2$  ובין  $x = y^2$ .

6. חשבו את האינטגרל

$$\int_C (\tan x + xy^2) dx + (x + \cos(\pi y)) dy$$

כאשר  $C$  היא רבע המעגל  $\{x^2 + y^2 = 1; x, y \geq 0\}$  מהנקודה  $(0, 0)$  לנקודה  $(1, 1)$ .

7. חשבו את האינטגרלים המשטחיים הבאים:

(א)  $\iint_S (x + y + z) dS$  כאשר  $S$  הוא חלק המישור  $x + 2y + 4z = 4$  כאשר  $x, y, z \geq 0$ .

(ב)  $\iint_S (z^2) dS$  כאשר  $S$  הוא שטח הפנים של החרוט  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  החסום ע"י המישור  $z = 2$  (כולל הבסיס).

8. חשבו את  $\iint_S F \cdot \vec{n}$  כאשר:

(א) השדה הוקטורי הוא  $F(x, y, z) = (x, -1, z)$  והמשטח  $S$  נתון ע"י  $z = x \cos y$  כאשר  $x \in [0, 1]$ ,  $y \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ .

(ב) השדה הוקטורי הוא  $F(x, y, z) = (y, x, z)$  והמשטח  $S$  נתון ע"י פרמטריזציה  $r(u, v) = (\cos v, \sin v, u)$  כאשר  $v \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ ,  $u \in [0, 2]$ .

9. חשבו את האינטגרל  $\iint_S F \cdot \vec{n}$  כאשר  $F(x, y, z) = (x^3, y^3, z^3)$ , והמשטח  $S$  הוא הספירה  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

10. חשבו את האינטגרל

$$\int_C (y + 2z) dx + (x + 2z) dy + (x + 2y) dz$$

ו- $C$  היא החיתוך של הספירה  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  עם המישור  $x + 2y + 2z = 0$ .

**בהצלחה!**