

מופשטת 3 תשע"ה - תרגיל 4

1. מצאו את שדות הפיצול של הפולינומים הבאים מעל \mathbb{Q} , חשבו את המימדים שלהם:

$$(א) \quad x^7 - 5$$

$$(ב) \quad x^6 - x^3 - 2$$

$$(ג) \quad x^4 - 9x^2 + 8$$

2. מצאו את כל תתי השדות של \mathbb{C} שאיזומורפיים ל $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{5}]$. הראו שהם איזומורפיים (כתבו את האיזומורפיזם בצורה מפורשת) אך שונים כקבוצות.

3. יהיו $F \subset L \subset F[a]$ שדות. ויהי f הפולינום המינימלי של a מעל L . הוכיחו כי L נוצר (מעל F) ע"י כל המקדמים של f . (רמז: מה תהיה הדרגה של תת-שדה הנוצר ע"י המקדמים?)

4. השתמשו התרגיל הקודם והוכיחו: אם $F[a]/F$ הרחבה אלגברית מדרגה n , אז יש מס' סופי של תתי שדות $F \subset L \subset F[a]$.

5. הוכיחו שאם K_1, K_2 הם שדות פיצול (של פולינומים כלשהם) מעל שדה F , אזי הקומפוזיטום שלהם K_1K_2 הוא גם שדה פיצול.