

בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 2** (88-133-05) – מועד א'

אוניברסיטת בר-אילן, יום ב, ד אב תשע"ח (16.7.17)

מרצה: בועז צבאן.

מתרגלות: ניקול בלשוב, רחל גרינפלד.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

הנחיות

א. יש לענות על **3** מתוך **4** השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטיטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. תשובה המשתרעת על יותר משני עמודים עלולה לקבל ניקוד חלקי.

ב. משקל כל שאלה הוא **32** נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. **4** נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ניקוד (לשימוש הבודקים)	ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)
	1
	2
	3
	4
	סדר ונקיון
	סה"כ

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

הבהרה. גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

הוכח את קריטריון רימן לאינטגרביליות: תהי f פונקציה המוגדרת בקטע $[a, b]$. התכונות הבאות שקולות:

1. f אינטגרבילית בקטע.

2. f חסומה בקטע, ולכל ϵ חיובי יש חלוקה P שעבורה $\underbrace{\Delta_1 \omega_1 + \dots + \Delta_k \omega_k}_{\bar{s}(P) - \underline{s}(P)} \leq \epsilon$

תשובה:

שאלה 2

חשב את האינטגרלים הלא-מסויימים הבאים (אין צורך לציין מהו הקטע המוכלל הרלוונטי):

א. $\int \log(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$

ב. $\int \frac{x^4}{x^3 - 1} dx$

תשובה:

שאלה 3

א. בדוק האם האינטגרל הבא מתכנס בהחלט, בתנאי, או מתבדר: $\int_0^1 \log x \, dx$.

ב. העבר את האינטגרל הלא-אמיתי (מסוג ראשון) $\int_1^\infty \frac{\log x}{x^2} \, dx$ לאינטגרל לא-אמיתי מסוג שני (מהצורה \int_0^1), וחשב את האינטגרל מהצורה החדשה שקיבלת.

תשובה:

שאלה 4

חשב את סכום הטור $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin^n x$ ואת תחום ההתכנסות שלו.

תשובה: