# תרגיל בית מספר 3

**<u>שאלה 1</u>**

נתון ש-$(a_1,\ldots,a_n)$ הוא פתרון של מערכת ליניארית מסוימת.

א. כמה משתנים יש במערכת?
ב. כמה משוואות יש במערכת?
ג. כמה מערכות כאלה יש?

**<u>שאלה 2</u>**

האם קיימת מערכת משוואות ליניארית ב-3 משתנים, אשר כל שלָשה היא פתרון שלה?

**<u>שאלה 3</u>**

כזכור, הצורה הסטנדרטית של מערכת משוואות ליניארית <u>הומוגנית</u> של $m$ משוואות ו-$n$ נעלמים היא:

$$\begin{cases} \alpha_{11}x_1+\ldots+\alpha_{1n}x_n=0 \\ \alpha_{21}x_1+\ldots+\alpha_{2n}x_n=0 \\ \vdots \\ \alpha_{m1}x_1+\ldots+\alpha_{mn}x_n=0 \end{cases}$$

א. הוכיחו שאם $c=(\gamma_1,\ldots,\gamma_n)$ הוא פתרון של המערכת, אזי לכל סקלר $\lambda$ גם $\lambda c$ הוא פתרון.
ב. הוכיחו כי אם $c=(\gamma_1,\ldots,\gamma_n),\ d=(\delta_1,\ldots,\delta_n)$ הם פתרונות של המערכת, אזי גם $c+d$ הוא פתרון של מערכת.
ג. הסיקו משני הסעיפים הקודמים כי אם $c=(\gamma_1,\ldots,\gamma_n),\ d=(\delta_1,\ldots,\delta_n)$ הם פתרונות של המערכת ו-$\lambda_1,\lambda_2$ הם סקלרים כלשהם, אזי גם $\lambda_1 c+\lambda_2 d$ הוא פתרון של המערכת.
ד. הוכיחו או הפריכו: תכונות א',ב',ג' מתקיימות גם עבור מערכת משוואות ליניארית <u>לא הומוגנית</u>.

**<u>שאלה 4</u>**

א. יהי $F$ שדה סופי. הוכיחו שמתקיים $char(F)>0$.
ב. עבור השדה מסעיף א', סמנו $char(F)=p$ והוכיחו: הקבוצה $\{0_F,1_F,1_F+1_F,1_F+1_F+1_F,\ldots\}$ היא תת שדה של $F$ עם $p$ איברים. והראו שהפעולות של תת שדה זה מתנהגות כמו פעולות חיבור וכפל של השדה $\mathbb{Z}_p$.

**<u>תרגילים מהחוברת</u>**

מעמוד 11 והלאה:

תרגילים: 1.6 ב'; 1.7; 1.8 ג'.

## בהצלחה!