

תרגיל בית 6 – מופשטת קיץ 2014

שאלה 1

- א. מצא כמה לוחות 3×3 לא שקולים קיימים (עד כדי סימטריות של הריבוע, כלומר סיבובים ושיקופים) אם מותר לצבוע ב-2 צבעים.
- ב. כמה לוחות 5×5 לא שקולים (לגבי הסיבובים) קיימים אם מותר לצבוע את הלוחות ב-3 צבעים קבועים.

שאלה 2

תהי G חבורה סופית מסדר אי זוגי. הוכיחו שלכל $x \in G, x \neq 1$, אינו צמוד להופכי שלו.

(שימו לב שיש יותר מדרך אחת לפתור שאלה זו, אך על מנת לתרגל את המושגים הטריים יותר, נסו לפתור אותה באמצעות מחלקות צמידות.)

שאלה 3

רשמו את משוואת המחלקות עבור החבורות S_4, S_5, D_4 .

למשל: משוואת המחלקות של D_6 היא $12 = 2 + 3 + 3 + 2 + 2$.

שאלה 4

תנו דוגמאות לחבורה:

א. פתירה ופשוטה;

ב. פתירה ולא פשוטה;

ג. לא פתירה ופשוטה;

ד. לא פתירה ולא פשוטה.

שאלה 5

תהא G חבורה מסדר p^2q (עבור p, q ראשוניים) הוכיחו ש- G פתירה.

שאלה 6

- א. תהא G חבורה מסדר 34. הוכיחו שהיא פתירה.
- ב. תהא G חבורה עם: 20,52 או 175 איברים. הוכיחו ש G לא פשוטה.
- ג. הוכיחו או הפריכו: אין חבורה פשוטה מסדר 125.
- ד. תהא G חבורה מסדר 1645 או 9797. הוכיחו ש G ציקלית.
- ה. הוכיחו או הפריכו: כל חבורה מסדר 15,16,17 היא אבלית.
- ו. הוכיחו שחבורה מסדר 42 אינה פשוטה.
- ז. הוכיחו שחבורה מסדר 130 אינה פשוטה, ומצאו חבורה לא אבלית מסדר זה.

שאלה 7

- א. הוכיחו: תהי K תת חבורת p סילו של G , ותהי $H \triangleleft G$. אזי $H \cap K$ היא תת חבורת p סילו של H .
- ב. תנו דוגמה נגדית במקרה ש- H אינה נורמלית.

שאלה 8

תהי $N \triangleleft G$ ויהי $f: G \rightarrow G/N$ ההומומורפיזם הטבעי. (הכל סופי). הוכיחו שהתמונה של כל תת חבורת p -סילו של G , היא תת חבורת p -סילו של G/N (שימו לב שהתמונה היא PN/N).

שאלה 9

הוכיחו שכל חבורה מסדר 88 היא פתירה.

בהצלחה!