

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-01/05)  
מועד א', תשע"ד

מרצים: פרופ' אנדריי לרנר, ד"ר ודים זאב אוסטפנקו  
משך המבחן: 2.5 שעות  
ללא שימוש בחומר עזר (כולל מחשבון כיס)

ענו על 5 מתוך 6 השאלות הבאות. כל שאלה שווה ל-21 נקודות.

1.

א) עבור אילו ערכים של הפרמטר  $a$  קבוצת  $M_a$  פטרונות המערכת

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2^3 + 2x_3 + x_4^2 = a \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

היא יריעה ממימד 2 ב- $\mathbb{R}^4$ ?

ב) נניח  $a = 8$ . מצאו מרחב משיק ל- $M_8$  בנקודה  $(0, -1, 4, 1)$ .

2.

א) יהיו  $f, g, h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציות דיפרנציאביליות. חשבו את

$$d\left((f dx + g dy + h dz) \wedge (f dy \wedge dz + g dz \wedge dx + h dx \wedge dy)\right)$$

ב) חשבו את הערך של התבנית  $\omega = dx_3 \wedge dx_1 \wedge dx_4 \wedge dx_2$  על הוקטורים

$$\xi_1 = (-1, 0, 1, 0), \xi_2 = (2, -1, 0, 1), \xi_3 = (0, 1, -1, 2), \xi_4 = (2, 0, -2, 1)$$

3. יהי  $S$  משטח ב- $\mathbb{R}^3$  המתקבל אחרי סיבוב של הגרף  $y = x^3$ ,  $x \in [0, 1]$ , סביב ציר  $Ox$ .  
חשבו את שטח הפנים של  $S$ .

4. בעזרת משפט גאוס חשבו את

$$\iint_S x dy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx - 2z dx \wedge dy$$

כאשר

$$S = \{(x, y, z) : z = \sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 3\}$$

עם נורמל חיצוני.

5. תהי  $\Gamma$  עקומה הנתונה ע"י

$$\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 + y^2 = 2, y + z = 3\}$$

ואוריינטציה על  $\Gamma$  עם כיוון השעון אם מסתכלים מכיוון חיובי של ציר  $Oz$ . חשבו את

$$\int_{\Gamma} (z - 2y)dx + (x^2 + 3z)dy + 3ydz$$

6. עבור פונקציה דיפרנציאבילית  $\varphi : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  ותבנית  $\omega$  הגדירו  $\varphi^*\omega$  והראו ש-

$$\varphi^*(dx_i \wedge dx_j) = \varphi^*(dx_i) \wedge \varphi^*(dx_j)$$

בהצלחה!