

בוחן בלינארית 1

88-112 סמסטר א' תש"פ

הוראות בהגשת הפתרון יש לרשום שם מלא ומספר ת"ז.

יש לענות על כל השאלות פתרון מלא ומנומק.

משך הבוחן: 75 דקות.

חומר עזר: מחשבון פשוט.

1. נתונה מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} x + y + z + w & = 1 \\ x + ky + z + w & = 1 \\ x + y + z^2z + w & = k \end{cases}$$

קבעו ונמקו עבור אילו ערכי k יש למערכת

(א) פתרון יחיד

(ב) אינסוף פתרונות

(ג) אין פתרון

2. תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה ריבועית. הוכיחו או הפריכו:

(א) אם $A + A^2$ הפיכה אז A^2 הפיכה.

(ב) אם A הפיכה אז $A + A^2$ הפיכה.

(ג) אם A יש עמודת אפסים אזי A אינה הפיכה.

3. הוכיחו את הטענות הבאות (אין קשר בין הסעיפים):

(א) $U = \{A \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid \forall i \neq j : A_{i,j} = 0\} \leq \mathbb{R}^{n \times n}$ כלומר, אוסף המטריצות האלכסוניות הוא תת מרחב של $\mathbb{R}^{n \times n}$.

(ב) יהי V מ"ו ותהא $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ קבוצה פורשת של V (כלומר $\text{span}(S) = V$). אזי $S' = \{v_1, v_2, v_1 + v_3\}$ גם קבוצה פורשת (כלומר $\text{span}(S') = V$).