

## תרגיל 5 – מבוא לאנליזה 1

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^{n+1} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{2n} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7+3n}{9+3n}\right)^n \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-2}{n^2-3}\right)^{4n^2-1} \quad (\text{ד})$$

2. הוכיחו כי לסדרה  $a_n = 2 + 3 \cdot \cos(n)$  יש תת-סדרה המתכנסת לגבול סופי.

3. (א) הראו כי 2 ו-4 הם גבולות חלקיים של הסדרה  $a_n = 3 + (-1)^n + \frac{1}{n^2}$

(ב) מהם הגבולות החלקיים של הסדרה  $a_n = 2 \cdot (-1)^n + \frac{3n}{n+1}$  ?

4. (א) נתון כי לסדרה  $a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$  יש 3 גבולות חלקיים. מהם?

(ב) כמה גבולות חלקיים יש לסדרה  $a_n = \frac{1}{n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$  ?

5. האם קיימת סדרה  $\{a_n\}$  כך שתת-הסדרה  $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$  מתכנסת ל-0, ותת-הסדרה  $\{a_{3k}\}_{k=1}^{\infty}$  מתכנסת ל-1? רמז: התבוננו בתת-הסדרה  $\{a_{6k}\}_{k=1}^{\infty}$ , שהיא מצד אחד תת-סדרה של  $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$ , ומצד שני תת-סדרה של  $\{a_{3k}\}_{k=1}^{\infty}$ .