

תאריך הבחינה: 09.02.22

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: מתמטיקה בדידה

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2022, סמסטר: א', מועד: א'

משך הבחינה: 4 שעות \_\_\_\_\_

שעת הבחינה: 9:00 \_\_\_\_\_

כיתה: \_\_\_\_\_

חומר עזר: אסור \_\_\_\_\_

מבחן מועד א' – בדידה למורים – תשפ"ב

משך המבחן: ארבע שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 09/02/22 חומר עזר: מותר מחשבון הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . נקראת מדרגה אם

$$\exists x_1 \in \mathbb{R} \forall x_2 \in \mathbb{R}: (x_1 < x_2) \rightarrow (f(x_1) < f(x_2))$$

א. האם  $f(x) = \sin(x)$  היא מדרגה?

ב. האם  $f(x) = -x^2$  מדרגה?

ג. אם  $f(x)$  מדרגה, האם  $g(x) = f(x+2)$  גם מדרגה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  מתקיים כי אם  $C \subseteq A \setminus B$  אזי  $C \cap A \subseteq C \cap B$ .

ב. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  מתקיים כי אם  $C \subseteq A \setminus B$  אזי  $C \cap B \subseteq C \cap A$ .

ג. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $A \subseteq B$  אם ורק אם  $P(A) \subseteq P(B)$ .

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל  $n \geq 5$  מתקיים כי  $2^n > n(n+1)$ .

4. תהינה שתי פונקציות  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $f$  חח"ע וכן  $g$  על אזי  $f \circ g$  חח"ע.

ב. אם  $f$  חח"ע וכן  $g$  על אזי  $g \circ f$  חח"ע.

ג. אם  $f$  אינה חח"ע וכן  $g$  על אזי  $f \circ g$  אינה חח"ע.

5. בכמה דרכים ניתן לחלק 10 שקלים ל-4 ילדים כך ש:

א. כל ילד יקבל לפחות שקל אחד.

ב. בדיוק ילד אחד לא יקבל שקלים, וכל שאר הילדים יקבלו לפחות שקל אחד.

ג. יהיו שני ילדים שיקבלו בדיוק 3 שקלים כל אחד.

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	$k$ מתוך $n$
$\binom{n-1+k}{n-1}$	$n^k$	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה